

РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИН (МОДУЛЕЙ), ВКЛЮЧАЮЩИЕ В СЕБЯ ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИНЫЕ КОМПОНЕНТЫ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 1. «ПРОИЗВОДНАЯ»

Цель и задачи освоения Модуля 1.

Целью изучения модуля «Производная» является изучение терминов и теорем по началам математического анализа, а также освоение инструментов для решения задач на поиск экстремумов функции одной переменной.

Задачи Модуля 1:

1. Изучить основные теоремы начала математического анализа;
2. Освоить инструменты визуального анализа графиков функций, производных и первообразных;
3. Научиться искать экстремумы функции одной переменной и экстремальных значений функции одной переменной на отрезке.

Содержание Модуля 1 «Производная»

Тема 1.1. Геометрический смысл производной. Производная степенной функции и многочленов

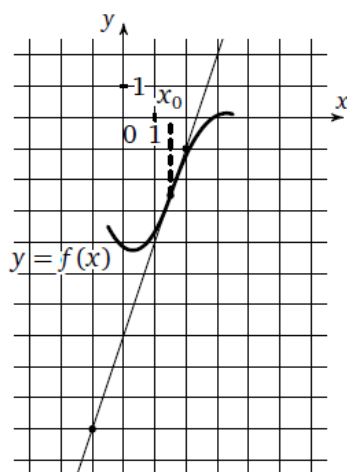
Перечень изучаемых элементов содержания:

Геометрический смысл производной как связь между касательной и производной функции в точке. Формула производной степенной функции.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



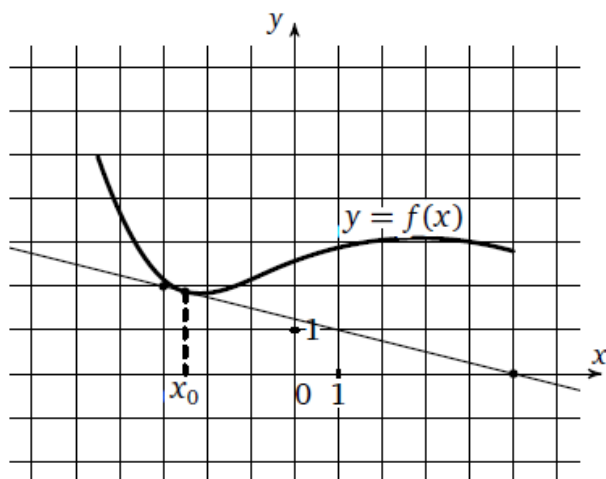
11.45. (№ 77420)

Найдите точку минимума функции

$$y = x^3 - 48x + 17.$$

Задания для самостоятельной работы:

2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



11.48. (№ 77423)

Найдите точку максимума функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 2$$

Тема 1.2. Физический смысл производной. Производная тригонометрических функций

Перечень изучаемых элементов содержания:

Физический смысл производной как связь между законами движения материальной точки и формулами зависимости скорости и ускорения этой материальной точки. Формулы производной синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

20. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$$

(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в момент времени $t = 6$ с.

11.117. (№ 77492)

Найдите точку максимума функции

$$y = (2x - 3) \cos x - 2 \sin x + 5$$

принадлежащую промежутку

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

Задания для самостоятельной работы:

21. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$$

(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени ее скорость была равна 2 м/с?

11.118. (№ 77493)

Найдите точку минимума функции

$$y = (0,5 - x) \cos x + \sin x$$

принадлежащую промежутку

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

Тема 1.3. Касательная к графику функции в точке. Производная экспоненты и натурального логарифма

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула касательной к графику функции в точке. Формула производной экспоненциальной функции. Формула производной натурального логарифма.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

17. Прямая $y = 4x + 13$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

11.21. (№ 26711)

Найдите точку максимума функции

$$y = (9 - x)e^{x+9}.$$

11.32. (№ 26722)

Найдите точку максимума функции

$$y = \ln(x + 5) - 2x + 9.$$

Задания для самостоятельной работы:

18. Прямая $y = 2x + 37$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 3x^2 - 7x + 10$. Найдите абсциссу точки касания.

11.22. (№ 26712)

Найдите точку минимума функции

$$y = (3 - x)e^{3-x}.$$

11.43. (№ 26734)

Найдите точку минимума функции

$$y = 2x - \ln(x + 3) + 7.$$

Тема 1.4. Понятие первообразной. Производная сложной функции

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение первообразной. Формула производной сложной функции.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

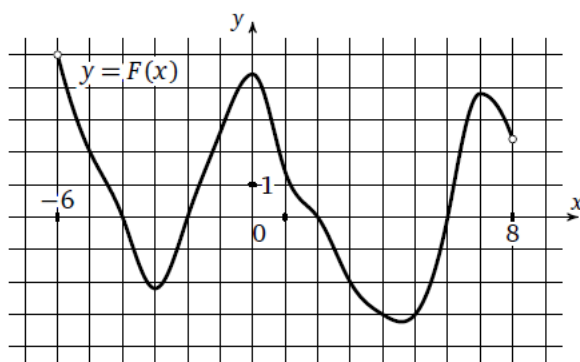
Задания для практической работы:

11.133. (№ 245179)

Найдите наименьшее значение

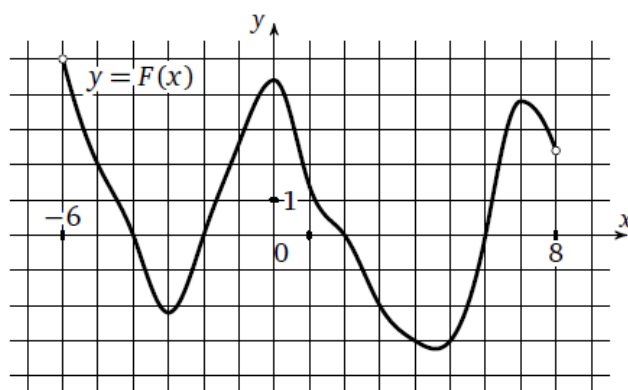
функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$.

8. На рисунке изображен график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции f , определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых чисел x_i , для которых $f(x_i)$ положительно.



К задачам 8, 9

Задания для самостоятельной работы:



К задачам 8, 9

9. На рисунке изображен график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции f , определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых $f(x) = 0$.

11.129. (№ 245175)

Найдите наименьшее значение

функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 13}$.

Тема 1.5. Производная произведения и частного двух функций

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула производной произведения и частного двух функций.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

11.103. (№ 77478)

Найдите наименьшее значение

функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-10}$

на отрезке $[8; 11]$.

11.94. (№ 77469)

Найдите наименьшее значение

функции $y = \frac{x^2 + 25}{x}$ на отрезке

$[1; 10]$.

Задания для самостоятельной работы:

11.104. (№ 77479)

Найдите наибольшее значение функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^x$ на отрезке $[-1; 4]$.

11.95. (№ 77470)

Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x^2 + 25}{x}$ на отрезке $[-10; -1]$.

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 1

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

Д2.18. Прямая $y = 3x + 8$ является касательной к графику функции

$$y = x^3 + x^2 + 2x + 7.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Д2.19. Прямая $y = 5 - x$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 5x + 3$. Найдите a .

Д2.20. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$$

Д5.1. Найдите точку минимума функции

$$y = (x - 5)^2(x + 3) - 2.$$

Д5.2. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3x^5 - 5x^3 + 18$$

на отрезке $[-2; 0]$.

Д5.3. Найдите точку максимума функции

$$y = -\frac{x}{x^2 + 16}.$$

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой** предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 2. «УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА»

Цель и задачи освоения Модуля 2.

Целью изучения модуля «Уравнения и неравенства» является: освоение методов решения алгебраических уравнений и неравенств.

Задачи Модуля 2:

1. Освоить метод равносильных переходов для решения уравнений и неравенств;
2. Освоить метод рационализации для решения неравенств с модулями,

показательных и логарифмических неравенств;

3. Освоить метод перехода к неравенству-следствию для решения логарифмических неравенств.

Содержание Модуля 2 «Уравнения и неравенства»

Тема 2.1. Замена переменной и группировка. Метод интервалов

Перечень изучаемых элементов содержания:

Единичная окружность. Синус и косинус как координаты точки на единичной окружности. Простейшие тригонометрические уравнения. Замена переменной при решении тригонометрических уравнений. Метод интервалов при решении дробно-рациональных неравенств.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.1.1.1 \text{ а) } 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[\frac{\pi}{2}; 2\pi \right]$$

$$14.1.1.6) \frac{(x-2)^3(x-4)(x-7)^5}{(x-2)^5(x-7)^4} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.1.1.2 \text{ а) } 2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$$

$$14.1.2.6) \frac{(x-1)^4(x-3)(x-6)^6}{(x-1)^6(x-6)^3} \geq 0$$

Тема 2.2. Основное тригонометрическое тождество. Разложение на множители многочленов второй степени

Перечень изучаемых элементов содержания:

Основное тригонометрическое тождество в решении тригонометрических уравнений. Отбор корней с помощью неравенств. Разложение на множители многочленов второй степени с помощью группировки и с помощью теоремы о разложении квадратного трёхчлена на множители.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.2.1.1 \text{ а) } 4 \cos^2 x - 8 \sin x + 1 = 0 \quad \text{б) } \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$$

$$14.2.1.8) \frac{(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15)}{(x^2 - 10x + 16)(x^2 - 10x + 24)} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.2.1.2 \text{ а) } 8 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \cos x + 1 = 0 \quad \text{б) } \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$14.2.2.8) \frac{(x^2 + 11x + 10)(x^2 + 11x + 28)}{(x^2 + 13x + 22)(x^2 + 13x + 40)} \geq 0$$

Тема 2.3. Формулы двойного аргумента. Разложение на множители многочленов третьей степени

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формулы двойного аргумента при решении тригонометрических уравнений. Отбор корней с помощью окружности. Разложение на множители многочленов третьей и четвёртой степеней с использованием следствия из теоремы Безу. Деление многочлена на многочлен в столбик.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.3.1.1 \text{ а) } \cos 2x + \sin^2 x = 0,25 \quad \text{б) } \left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$$

$$14.2.1.14) \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2} \geq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.3.1.2 \text{ а) } \sin 2x = \sin x - 2 \cos x + 1 \quad \text{б) } \left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$$

$$14.2.2.14) \frac{x^3 - 12x + 16}{x} \leq 0$$

Тема 2.4. Формулы приведения. Метод рационализации (неравенства с модулем)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формулы приведения. Алгоритм работы с формулами приведения. Понятие знакотождественных выражений. Метод рационализации как частный случай метода равносильных переходов. Метод рационализации при решении неравенств с модулями.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.4.1.1 \text{ а) } 4 \sin^2 x + 4 \cos \left(\frac{\pi}{2} + x\right) - 3 = 0 \quad \text{б) } \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$14.3.1.1) \frac{|x^2 + 8x + 19| - 4|x + 4|}{|x^2 + 10x + 28| - 4|x + 5|} \geq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.4.1.2 \text{ а) } 4 \cos^2 x + 8 \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) - 5 = 0 \quad \text{б) } \left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$$

$$14.3.2.1) \frac{|x^2 + 7x + 4| - |x + 11|}{|x^2 + 8x + 4| - 2|x + 10|} \geq 0$$

Тема 2.5. Формулы приведения. Дробно-рациональные неравенства

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формулы приведения при решении тригонометрических уравнений. Решение дробно-рациональных неравенств.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.4.1.3 \text{ а) } 2 \sin^2 x + 3 = 7 \sin (\pi - x) \quad \text{б) } \left[3\pi; \frac{9\pi}{2} \right]$$

$$14.4.1.1) \frac{2}{x^2 + 12x + 32} \geq \frac{1}{x^2 + 10x + 24}$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.4.1.4 \text{ а) } 2 \cos^2 x = 3 \cos (2\pi - x) + 2 \quad \text{б) } \left[2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$$

$$14.4.2.1) \frac{1}{x^2 - 15x + 56} + \frac{1}{x^2 - 19x + 88} \leq 0$$

Тема 2.6. Формулы приведения и другие формулы. Метод рационализации (показательные неравенства)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Решение тригонометрических уравнений с использованием замены переменных, основного тригонометрического тождества, формул двойного аргумента и формул приведения. Использование метода рационализации при решении показательных неравенств.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.5.1.1 \text{ а) } 2 \sin^2 x + 4 = 3\sqrt{3} \sin \left(\frac{3\pi}{2} + x \right) \quad \text{б) } \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$$

$$14.6.1.1) \frac{(0.5^x - 0.25)(8^x - \frac{1}{512})}{(6^x - \sqrt{6})(27^x - 3)} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.5.1.2 \text{ а) } 2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \quad \text{б) } \left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$$

$$14.6.2.1) \frac{(0.6^x - 0.36)(7^x - \frac{1}{343})}{(19^x - \sqrt{19})(81^x - 3)} \leq 0$$

Тема 2.7. Формулы суммы и разности аргументов. Показательные неравенства на ЕГЭ (без логарифмов)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формулы суммы и разности аргументов синуса и косинуса при решении тригонометрических уравнений. Решение показательных неравенств ЕГЭ прошлых лет. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.6.1.1 \text{ а) } 2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x \quad \text{б) } \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$$

$$14.7.1.1) 2^x - \frac{240}{2^x - 1} \geq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.6.1.2 \text{ а) } 6 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x = 2\sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{б) } \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$14.7.2.1) 5^x - \frac{600}{5^x - 1} \geq 0$$

Тема 2.8. Чётность и нечётность. Показательные неравенства на ЕГЭ (с логарифмами)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Чётность и нечётность тригонометрических функций при решении тригонометрических уравнений. Решение показательных неравенств ЕГЭ прошлых лет. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.7.1.1 \text{ а) } 2 \sin^2 x - \cos(-x) - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$14.8.1.5) \frac{5^x}{5^x - 4} + \frac{5^x + 5}{5^x - 5} + \frac{22}{25^x - 9 \cdot 5^x + 20} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.7.1.2 \text{ а) } 2 \cos^2 x - 3 \sin(-x) - 3 = 0 \quad \text{б) } \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$$

$$14.8.2.5) \frac{3^x}{3^x - 3} + \frac{3^x + 1}{3^x - 2} + \frac{5}{9^x - 5 \cdot 3^x + 6} \leq 0$$

Тема 2.9. Тангенсы. Метод рационализации (логарифмические неравенства)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Ось тангенсов и единичная окружность. Простейшие тригонометрические уравнения с тангенсами. Уравнения с тангенсами на ЕГЭ. Метод рационализации при решении логарифмических неравенств. Равносильный переход от неравенства к системе неравенств.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.8.1.1 \text{ а) } \operatorname{tg}^4 x - \operatorname{tg}^2 x - 6 = 0 \quad \text{б) } \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi \right]$$

$$14.9.1.1) \frac{\log_4(x-1) - \log_4(24-4x)}{\log_{0.6}(4x-12) - \log_{0.6}(8-x)} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.8.1.2 \text{ а) } \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x - 3 = 0 \quad \text{б) } \left[2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$$

$$14.9.2.1) \frac{\log_5(x-2) - \log_5(28-4x)}{\log_{0.7}(4x-16) - \log_{0.7}(9-x)} \leq 0$$

Тема 2.10. Тригонометрические функции в показателе степени.

Логарифмические неравенства на ЕГЭ (замена переменной)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Решение уравнений с тригонометрическими функциями в показателе степени. Решение логарифмических неравенств ЕГЭ прошлых лет с помощью замены переменных. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.9.1.1 \text{ а) } 16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2 \sin 2x} \quad \text{б) } \left[2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$$

$$14.10.1.10) \frac{\log_3 x}{\log_3 \left(\frac{x}{27}\right)} \geq \frac{2}{\log_3 x} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.9.1.2 \text{ а) } \left(\frac{1}{125}\right)^{-\cos x} = 5^{\sqrt{3}\sin 2x} \quad \text{б) } \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$$

$$14.10.2.10) \frac{\log_8 x}{\log_8\left(\frac{x}{64}\right)} \geq \frac{2}{\log_8 x} + \frac{3}{\log_8^2 x - \log_8 x^2}$$

**Тема 2.11. Тригонометрические функции под знаком логарифма.
Логарифмические неравенства на ЕГЭ (свойства логарифмов)**

Перечень изучаемых элементов содержания:

Решение уравнений с тригонометрическими функциями под знаком логарифма.
Решение логарифмических неравенств ЕГЭ прошлых лет с использованием свойств логарифмов. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.10.1.1 \text{ а) } 2 \log_2^2(\sin x) - 5 \log_2(\sin x) - 3 = 0 \quad \text{б) } \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$14.11.1.1) \log_6(21 - 7x) \geq \log_6(x^2 - 8x + 15) + \log_6(x + 3)$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.10.1.2 \text{ а) } 6 \log_8^2(\cos x) - 5 \log_8(\cos x) - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$14.11.2.1) \log_2(14 - 14x) \geq \log_2(x^2 - 5x + 4) + \log_2(x + 5)$$

Тема 2.12. Смешанные и прочие неравенства на ЕГЭ

Перечень изучаемых элементов содержания:

Решение смешанных и прочих неравенств ЕГЭ прошлых лет. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$14.12.1.3) (5x - 13) \cdot \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 10) \geq 0$$

$$14.12.1.10) 3^{x^2} \cdot 5^{x-1} \geq 3$$

Задания для самостоятельной работы:

$$14.12.2.3) (6x - 23) \cdot \log_{3x-11}(x^2 - 8x + 17) \geq 0$$

$$14.12.2.10) 2^{x^2} \cdot 9^{x-2} \geq 16$$

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 2

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

12.10.1.1 а) $2 \log_2^2(\sin x) - 5 \log_2(\sin x) - 3 = 0$ б) $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$ (ЕГЭ-2017)

12.10.1.2 а) $6 \log_8^2(\cos x) - 5 \log_8(\cos x) - 1 = 0$ б) $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$ (ЕГЭ-2017)

12.10.1.3 а) $2 \log_{0,5}^2(2 \sin x) + 7 \log_{0,5}(2 \sin x) + 3 = 0$ б) $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$ (ЕГЭ-2019)

14.12.1.1) $\frac{\log_5(3x - 13)}{\log_5(x - 4)} \geq 1$ (ЕГЭ-2019)

14.12.1.2) $\log_{\frac{x}{2}}(x^2 - 2x + 1) \geq 2$ (ЕГЭ-2016)

14.12.1.3) $(5x - 13) \cdot \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 10) \geq 0$ (ЕГЭ-2016)

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации в форме зачета с оценкой предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 3. «ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРОМ»

Цель и задачи освоения Модуля 3.

Целью изучения модуля «Задачи с параметром» является освоение основных инструментов решения задач с параметрами.

Задачи Модуля 3:

1. Научиться метод равносильных переходов для решения задач с параметром;
2. Научиться использовать плоскость Оха для решения задач с параметром;
3. Научиться использовать плоскость Оха для решения задач с параметром.

Содержание Модуля 3 «Задачи с параметром»

Тема 3.1. Задачи с параметром на ЕГЭ. Плоскость Оха (часть 1)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Метод областей как инструмент решения систем уравнений с двумя переменными.
Считывающая прямая как инструмент исследования количества решений уравнения (или систем уравнений) в зависимости от различных значений параметра.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

1) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} a \leq x + 3 \\ a + 2x \geq 12 \\ 3a \geq x + 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

Задания для самостоятельной работы:

2) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} a + 3x \leq 12 \\ a + 4x \geq x^2 \\ a \leq x \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

Тема 3.2. Задачи с параметром на ЕГЭ. Плоскость Оха (часть 2)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Инструменты решения дробно-рациональных уравнений с параметром повышенного уровня сложности: метод равносильных переходов и считывающая прямая в плоскости Оха.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

1) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 2x + a^2 - 4a}{x^2 - a} = 0$$

имеет ровно 2 различных корня.

Задания для самостоятельной работы:

2) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 - 6x + a^2 - 4a}{x^2 - a^2} = 0$$

имеет ровно 2 различных корня.

Тема 3.3. Задачи с параметром на ЕГЭ. Плоскость Оха (часть 3)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Инструменты решения дробно-рациональных уравнений с параметром высокого уровня сложности: метод равносильных переходов и считывающая прямая в плоскости Оха.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

- 1) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 + 2x + a^2 - 24}{x - a^2 + 6} = 0$$

имеет ровно 2 различных корня.

Задания для самостоятельной работы:

- 2) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^2 + 2x + a^2 + 2a - 2}{x^2 + 2x - a^2 - 2a} = 0$$

имеет ровно 2 различных корня.

Тема 3.4. Задачи с параметром на ЕГЭ. Плоскость Оха (часть 4)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Инструменты решения уравнений, содержащих арифметические квадратные корни, тригонометрические и логарифмические выражения с параметром высокого уровня сложности: метод равносильных переходов и считывающая прямая в плоскости Оха.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

- 1) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(5x - 2) \cdot \ln(x + a) = (5x - 2) \cdot \ln(2x - a)$$

имеет единственный корень на отрезке $[0; 1]$

Задания для самостоятельной работы:

- 2) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{1 - 4x} \cdot \ln(9x^2 - a^2) = \sqrt{1 - 4x} \cdot \ln(3x + a)$$

имеет единственный корень на отрезке $[0; 1]$

Тема 3.5. Задачи с параметром на ЕГЭ. Плоскость Оху (часть 1)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Графики уравнений, систем уравнений и совокупностей уравнений в плоскости Оху как инструмент решения задач с параметром.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№7 (Демоверсия ЕГЭ - 2022)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 5)^2 + (y - 4)^2 = 9 \\ (x + 2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Задания для самостоятельной работы:

№7 (Образовательный портал "РешуЕГЭ")

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (|x| - 9)^2 + (y - 5)^2 = 9 \\ (x + 3)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Тема 3.1. Задачи с параметром на ЕГЭ. Плоскость Оху (часть 2)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Равносильные переходы и перебор вариантов, отвечающих условию как инструмент решения задач с параметром.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№4 (ЕГЭ - 2020)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4 + 2ax - a^2 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

Задания для самостоятельной работы:

№4 (ЕГЭ - 2020)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 9 + 4ax - 4a^2 \\ x^2 = y^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 3

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

- 1) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $(5x - 2) \cdot \ln(x + a) = (5x - 2) \cdot \ln(2x - a)$ имеет единственный корень на отрезке $[0; 1]$
- 2) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{1 - 4x} \cdot \ln(9x^2 - a^2) = \sqrt{1 - 4x} \cdot \ln(3x + a)$ имеет единственный корень на отрезке $[0; 1]$
- 3) Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение $\sqrt{x} + \sqrt{2a - x} = a$ имеет ровно 2 различных корня

№5 (ЕГЭ - 2020)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \sqrt{4 - y^2} = \sqrt{4 - 4x^2} \\ xy + a^2 = ax + ay \end{cases}$$

имеет ровно 2 различных решения.

№6 (ЕГЭ - 2018)

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - (2a + 2))^2 + (y - a)^2 = 1 \\ y^2 = x^2 \end{cases}$$

имеет ровно 4 различных решения.

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации в форме зачета с оценкой предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала,

оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 4. «ЭКОНОМИЧЕСКИЕ И ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ»

Цель и задачи освоения Модуля 4.

Целью изучения модуля «Экономические и исследовательские задачи» является освоение навыка построения и исследования математических моделей.

Задачи Модуля 4:

1. Научиться строить математические модели для решения задач повышенного и высокого уровня сложности;
2. Освоить построение примера как инструмент доказательства утверждений в исследовательских задачах;
3. Освоить построение доказательства «от противного» как инструмент опровержения утверждений в исследовательских задачах.

Содержание Модуля 4 «Экономические и исследовательские задачи»

Тема 4.1. Задачи на вклады. Исследовательские задачи с записью чисел

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула роста (и уменьшения) величины на заданное число процентов. Построение типовых математических моделей в исследовательских задачах с десятичной записью чисел.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.1.1.5 (Образовательный портал "РешуЕГЭ")

Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

№18.1.1.1 (ЕГЭ-2021)

Дано трёхзначное число A , сумма цифр которого равна S .

- а) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 28000$?
- б) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 2971$?
- в) Найдите наибольшее произведение $A \cdot S < 5997$.

Задания для самостоятельной работы:

№15.1.2.5 (Образовательный портал "РешуЕГЭ")

Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 25% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наибольшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад меньше 20 млн рублей.

№18.1.2.1 (ЕГЭ-2021)

Дано трёхзначное число A , сумма цифр которого равна S .

- а) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1105$?
- б) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1106$?
- в) Найдите наименьшее произведение $A \cdot S > 1503$.

Тема 4.2. Задачи на кредиты (короткий срок). Исследовательские задачи с сюжетом

Перечень изучаемых элементов содержания:

Построение математической модели в экономических задачах на кредиты с коротким сроком кредитования. Построение типовых математических моделей в сюжетных исследовательских задачах.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.2.1.3 (ЕГЭ-2015, демоверсия)

В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на сумму 9 930 000 рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

1) За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 3 пункта при получении трёх звёзд, на 6 пунктов при получении двух звёзд и на 9 пунктов при получении одной звезды.

Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

- а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 32 пункта?
- б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?
- в) За пройденный уровень начисляется 9000 очков при получении трёх звёзд, 5000 — при получении двух звёзд и 2000 — при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?

Задания для самостоятельной работы:

№15.2.2.3 (Образовательный портал "РешуЕГЭ")

В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на сумму 545 000 рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 40% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

1) За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 9 пунктов при получении трёх звёзд, на 12 пунктов при получении двух звёзд и на 15 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

- а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 50 пунктов?
- б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?
- в) За пройденный уровень начисляется 7000 очков при получении трёх звёзд, 6000 — при получении двух звёзд и 3000 — при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?

Тема 4.3. Задачи на кредиты (таблица). Исследовательские задачи со средним арифметическим

Перечень изучаемых элементов содержания:

Построение математической модели в экономических задачах на кредиты с таблицами. Построение типовых математических моделей в исследовательских задачах со средним арифметическим.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.3.1.2 (ЕГЭ-2016, основная волна)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в млн руб)	S	$0,8S$	$0,6S$	$0,3S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

- 1) На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших равно 15.
 - а) Может ли наименьшее из этих чисел равняться 3?
 - б) Может ли среднее арифметическое всех чисел равняться 11?
 - в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех чисел.

Задания для самостоятельной работы:

№15.3.2.2 (ЕГЭ-2016, основная волна)

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн руб)	S	$0,8S$	$0,5S$	$0,1S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

1) На доске написано 12 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое семи наименьших из них равно 8, а среднее арифметическое семи наибольших равно 16.

- а) Может ли наибольшее из этих двенадцати чисел равняться 18?
- б) Может ли среднее арифметическое всех двенадцати чисел равняться 11?
- в) Найдите наименьшее значение среднего арифметического всех двенадцати чисел.

Тема 4.4. Задачи на кредиты (с равномерным уменьшением долга)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Построение математической модели в экономических задачах на кредиты с равномерным уменьшением долга. Использование формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии в экономических задачах.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.4.1.1 (ЕГЭ-2015, основная волна)

15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Задания для самостоятельной работы:

№15.4.2.1 (ЕГЭ-2015, основная волна)

15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Тема 4.5. Задачи на кредиты (с частично равномерным уменьшением долга)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Построение математической модели в экономических задачах на кредиты с частично равномерным уменьшением долга. Использование формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии в экономических задачах.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.5.1.1 (ЕГЭ-2018, основная волна)

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 300 тысяч рублей на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 20-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Задания для самостоятельной работы:

№15.5.2.1 (ЕГЭ-2018, основная волна)

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 30-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
- к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 4

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме *зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.*

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

1) 15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

2) 15-го января планируется взять кредит в банке на некоторый срок (целое число месяцев). Условие его возврата таково:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

На сколько месяцев планируется взять кредит, если известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит?

3) На доске написано 30 различных натуральных чисел, каждое из которых либо четное, либо его десятичная запись заканчивается на цифру 7. Сумма написанных чисел равна 810.

- а) Может ли быть 24 четных числа?
- б) Может ли быть на доске ровно два числа, оканчивающихся на 7?
- в) Какое наименьшее количество чисел с последней цифрой 7 может быть на доске?

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками *«отлично»*, *«хорошо»*, *«удовлетворительно»*, *«неудовлетворительно»*.

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой** предлагается следующая шкала оценок:

Отметку *«отлично»* (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На *«хорошо»* (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На *«удовлетворительно»* (зачтено) оценивается ответ не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 5. «СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИЕ И ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ»

Цель и задачи освоения Модуля 5.

Целью изучения модуля «Стереометрические и планиметрические задачи» является освоение навыка работы с геометрическими фигурами, координатами и векторами.

Задачи Модуля 5:

1. Изучить термины и теоремы евклидовой стереометрии и аналитической геометрии в евклидовом пространстве;
2. Научиться решать задачи на поиск углов и расстояний в евклидовом пространстве методом координат и векторно-координатным методом;
3. Изучить термины и теоремы евклидовой планиметрии, научиться решать планиметрические задачи

Содержание Модуля 5 «Стереометрические и планиметрические задачи»

Тема 5.1. Определение прямоугольной матрицы. Вычисление определителя матриц 2 на 2

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение прямоугольной матрицы. Вычисление определителя матриц 2 на 2. Понятие главной и побочной диагоналей.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

Вычислить
определитель
матрицы

$$\begin{vmatrix} 10 & 2 \\ -5 & 9 \end{vmatrix}$$

Задания для самостоятельной работы:

Вычислить
определитель
матрицы

$$\begin{vmatrix} -3 & -4 \\ 5 & 9 \end{vmatrix}$$

Тема 5.2. Вычисление определителя матриц 3 на 3. Метод Крамера

Перечень изучаемых элементов содержания:

Вычисление определителя матрица 3 на 3 разложением по первой строке. Метод Крамера для решения совместных систем линейных уравнений.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$\begin{cases} x + 2y - z = 5 \\ x + y + z = 3 \\ 8x + 2y + 3z = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 6 \\ x + y + 2z = 3 \\ 5x + y - z = 3 \end{cases}$$

Задания для самостоятельной работы:

Решить методом Крамера

Сделать проверку

$$\begin{cases} x + 2y - z = 6 \\ x + y + z = 3 \\ 8x + 2y + 3z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 5 \\ x + y + 2z = 3 \\ 5x + y - z = 7 \end{cases}$$

Тема 5.3. Составление уравнения плоскости по трём точкам

Перечень изучаемых элементов содержания:

Составление уравнения плоскости по трём точкам с помощью определителя.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

Составить уравнение плоскости (TSL) по трём точкам с помощью определителя, если

$$\begin{aligned} T(1; 2; 3) \\ S(-2; 0; 7) \\ L(1; -1; -1) \end{aligned}$$

Задания для самостоятельной работы:

Составить уравнение плоскости (TSL) по трём точкам с помощью определителя, если

$$\begin{aligned} T(10; -2; 3) \\ S(-2; 1; -7) \\ L(-4; 1; 1) \end{aligned}$$

Тема 5.4. Определение уравнения плоскости. Вектор нормали к плоскости

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формальное определение уравнения плоскости в трёхмерном пространстве. Определение вектора нормали к плоскости. Неоднозначность вектора нормали.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

35. Известны координаты точек $A(1; 3; 8)$, $B(0; -2; 3)$ и $C(1; 3; -4)$. Найдите координаты вектора нормали \vec{n} плоскости ABC в заданной системе координат.

Задания для самостоятельной работы:

36. Известны координаты трёх точек $A(2; 6; -2)$, $B(3; -5; -1)$ и $C(3; 3; -3)$. Найдите координаты вектора нормали \vec{n} плоскости ABC в заданной системе координат.

Тема 5.5. Формула расстояния от точки до плоскости и метод объёмов.

Формулы площади треугольника. Свойства медианы треугольника. Метод площадей

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение расстояния от точки до плоскости. Вычисление расстояния от точки до плоскости с помощью формулы расстояния от точки до плоскости и с помощью метода объёмов. Пять основных формул площади треугольника и их использование в методе площадей.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

65. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 1. Найдите расстояние от вершины B до плоскости $A_1 C_1 D$.

Задания для самостоятельной работы:

66. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 2. Найдите расстояние от вершины C до плоскости MND , где точки M и N — середины рёбер AA_1 и $A_1 B_1$ соответственно.

Тема 5.6. Определение вектора. Модуль вектора. Скалярное произведение векторов. Теорема о скалярном произведении векторов. Поиск угла между векторами. Формулы высоты, биссектрисы и медианы треугольника

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение вектора как направленного отрезка прямой и как кортежа чисел. Формула вычисления модуля вектора. Определение скалярного произведения векторов. Теорема о скалярном произведении векторов как инструмент поиска угла между ненулевыми векторами. Формулы высоты, биссектрисы и медианы треугольника.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

Найти угол между векторами AB и CD , если известны координаты точек:

$$A(-4; 3; 0)$$

$$B(0; 0; -5)$$

$$C(1; 1; 1)$$

$$D(6; 13; 1)$$

Задания для самостоятельной работы:

Найти угол между векторами AB и CD , если известны координаты точек:

$$A(-4; 3; 0)$$

$$B(0; 0; -5)$$

$$C(1; 1; 1)$$

$$D(6; 13; 1)$$

Тема 5.7. Угол между прямыми и угол между векторами. Формула угла между прямыми

Перечень изучаемых элементов содержания:

Различия в определениях угла между векторами и угла между прямыми. Обоснование модуля в формуле угла между прямыми.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

23. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания $AB = 2$ и $BC = 9$, а высота $AA_1 = 6$. Найдите угол между прямыми $A_1 D$ и BD_1 .

Задания для самостоятельной работы:

24. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ стороны основания $AB = 12$ и $AD = 3$, а высота $AA_1 = 4$. Найдите угол между прямыми AD_1 и $A_1 C$.

Тема 5.8. Угол между плоскостями. Формула угла между плоскостями

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение угла между плоскостями. Использование векторов нормали для поиска угла между плоскостями. Формула угла между плоскостями.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

43. Известны координаты точек $A(1; 3; 8)$, $B(0; -2; 3)$, $C(1; 3; -4)$ и $D(-1; 3; -2)$. Найдите угол между плоскостями ABC и ABD .

Задания для самостоятельной работы:

44. Известны координаты точек $A(2; 6; 3)$, $B(3; 2; -1)$, $C(3; 0; -3)$ и $D(-1; 3; 4)$. Найдите угол между плоскостями ABC и BCD .

Тема 5.9. Угол между прямой и плоскостью. Формула угла между прямой и плоскостью

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение угла между прямой и плоскостью. Использование вектора нормали плоскости и направляющего вектора прямой для поиска угла между прямой и плоскостью. Формула угла между прямой и плоскостью.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

37. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ точка M – середина ребра AB , точка K делит ребро DD_1 в отношении $1 : 3$, считая от точки D . Найдите угол между плоскостью MKB_1 и прямой BD_1 .

Задания для самостоятельной работы:

38. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребрами $AB = 4$, $BC = 5$, $AA_1 = 3$ точка P – середина ребра BC , точка T делит ребро DD_1 в отношении $2 : 1$, считая от точки D . Найдите угол между плоскостью PTB_1 и прямой $A_1 C$.

Тема 5.10. Векторное произведение векторов и его свойства. Теорема косинусов и теорема синусов. Признаки остроугольного, прямоугольного и тупоугольного треугольников

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение и свойства векторного произведения векторов. Признаки остроугольного, прямоугольного и тупоугольного треугольников как следствия из теоремы косинусов. Теорема синусов как инструмент поиска сторон и радиуса описанной окружности. Теорема косинусов как инструмент поиска сторон и углов в треугольнике.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

Найти векторное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если
 $\vec{a} = \{1; 2; -5\}$
 $\vec{b} = \{4; 5; 0\}$

Задания для самостоятельной работы:

Найти векторное произведение векторов \vec{a} и \vec{b} , если
 $\vec{a} = \{10; -2; -5\}$
 $\vec{b} = \{4; 5; 1\}$

Тема 5.11. Формула расстояния от точки до прямой и метод площадей. Формулы площади четырёхугольников: трапеции, параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата

Перечень изучаемых элементов содержания:

Поиск расстояния от точки до прямой с помощью векторного произведения векторов и с помощью метода площадей. Формула расстояния от точки до прямой. Основные формулы площади четырёхугольников и универсальная формула площади четырёхугольников.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

55. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 2. Найдите расстояние от точки B_1 до прямой OM , где O и M – точки пересечения диагоналей граней $ABCD$ и $DD_1 C_1 C$ соответственно.

Задания для самостоятельной работы:

56. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 4. Найдите расстояние от точки C_1 до прямой OM , где O и M – точки пересечения диагоналей граней $BB_1 C_1 C$ и $ABCD$ соответственно.

Тема 5.12. Смешанное произведение векторов и его свойства. Метод вспомогательной окружности

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение и свойства смешанного произведения векторов. Метод вспомогательной окружности для решения задач, повышенного и высокого уровней сложности.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

Найти векторное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , если

$$\vec{a} = \{1; 2; -5\}$$

$$\vec{b} = \{4; 5; 0\}$$

$$\vec{c} = \{1; 1; 1\}$$

Задания для самостоятельной работы:

Найти векторное произведение векторов \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , если

$$\vec{a} = \{10; -2; -5\}$$

$$\vec{b} = \{4; 5; 1\}$$

$$\vec{c} = \{1; 1; 1\}$$

Тема 5.13. Формула расстояния между скрещивающимися прямыми

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула расстояния между скрещивающимися прямыми.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

73. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 2. Найдите расстояние между прямыми $A_1 C$ и $D K$, где K – точка пересечения диагоналей грани $AA_1 B_1 B$.

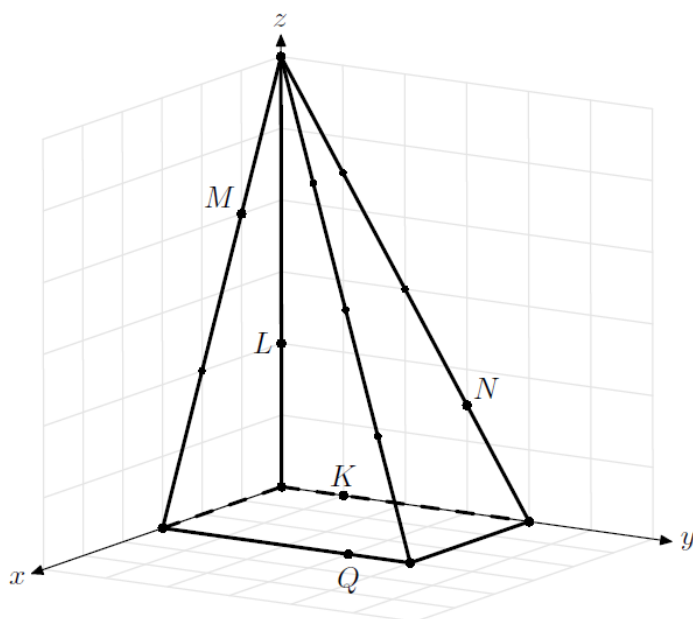
Задания для самостоятельной работы:

74. Ребро куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равно 1. Найдите расстояние между прямыми AC и $B_1 L$, где L – середина ребра DC .

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 5

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю



Найти:

1. LQ
2. $\cos \angle(KL, MN)$
3. $\sin \angle(MN, KLM)$
4. $\cos \angle(KLM, MNQ)$
5. $\rho(L, MNQ)$
6. $\rho(KL, MN)$
7. $S(KLM)$
8. $V(NKMQ)$

В равнобедренной трапеции $ABCD$ основание AD в два раза больше основания BC .

а) Докажите, что высота CH трапеции разбивает основание AD на отрезки, один из которых втрое больше другого.

б) Пусть O — точка пересечения диагоналей трапеции $ABCD$. Найдите расстояние от вершины C до середины отрезка OD , если $BC = 16$ и $AB = 10$.



832C34

В треугольнике ABC угол ABC равен 60° . Окружность, вписанная в треугольник, касается стороны AC в точке M .

а) Докажите, что отрезок BM не больше утроенного радиуса вписанной в треугольник окружности.

б) Найдите $\sin \angle BMC$, если известно, что отрезок BM в 2,5 раза больше радиуса вписанной в треугольник окружности.



6FC99C

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой** предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.