

ДОП «ПОДГОТОВКА К ПРОФИЛЬНОМУ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ: ОТ 0 ДО 70 БАЛЛОВ»

РАБОЧИЕ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИН (МОДУЛЕЙ), ВКЛЮЧАЮЩИЕ В СЕБЯ ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ И ИНЫЕ КОМПОНЕНТЫ

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 1. «ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ»

Цель и задачи освоения Модуля 1.

Целью изучения модуля «Преобразование выражений и теория вероятностей» является получение знаний по теории вероятностей и освоение инструментов для решения вероятностных задач, получение навыков преобразования алгебраических выражений.

Задачи Модуля 1:

1. Изучить формулы равновероятных событий;
2. Научиться решать вероятностные задачи с помощью диаграммы Эйлера-Венна и дерева событий;
3. Научиться выполнять вычисления и преобразования алгебраических выражений.

Содержание Модуля 1 «Преобразование выражений и теория вероятностей»

Тема 1.1. Формула вероятности равновероятных событий. Линейные и квадратные уравнения

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула вероятности равновероятных событий. Множество благоприятных событий и множество всех событий. Определение и способы решения линейных уравнений. Определение и способы решения квадратных уравнений.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

Из множества натуральных чисел от 20 до 29 включительно выбирают наудачу одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3?

1. Решите уравнение

$$\frac{2}{7}x = 6\frac{2}{7}.$$

2. Решите уравнение

$$2x^2 - 13x - 7 = 0.$$

Задания для самостоятельной работы:

1.1. Из множества натуральных чисел от 1 до 100 включительно выбирают наудачу одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 14?

1. Решите уравнение

$$\frac{4}{9}x = 4\frac{4}{9}.$$

2. Решите уравнение

$$2x^2 - 5x - 12 = 0.$$

Тема 1.2. Таблица исходов. Дробно-рациональные уравнения. Линейная функция

Перечень изучаемых элементов содержания:

Понятие таблицы исходов и её связь с формулой равновероятных событий. Определение и способы решения дробно-рациональных уравнений. Работа с формулами, содержащими линейные функции.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

2.1. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 10 очков. Ответ округлите до сотых. (0,08)

3. Решите уравнение

$$\frac{x-4}{x+3} = 2.$$

4. Решите уравнение

$$x = \frac{7x+16}{x+7}.$$

7.1. (№ 27953)

При температуре 0°C рельс имеет длину $l_0 = 10$ м. При возрастании температуры происходит тепловое расширение рельса, и его длина, выраженная в метрах, меняется по закону $l(t^{\circ}) = l_0(1 + \alpha t^{\circ})$, где $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} (\text{C}^{\circ})^{-1}$ – коэффициент теплового расширения, t° – температура (в градусах Цельсия). При какой температуре рельс удлинится на 3 мм? Ответ дайте в градусах Цельсия.

Задания для самостоятельной работы:

2.2. Петя и Ваня бросают по очереди игральную кость. Если очков выпало поровну, то победителем считается Петя, в противном случае - Ваня. Найдите вероятность того, что Петя выиграет в этой игре. Ответ округлите до сотых. (0,17)

3. Решите уравнение

$$\frac{x-3}{x+4} = 2.$$

4. Решите уравнение

$$x = \frac{8x+25}{x+8}.$$

7.2. (№ 27954)

Некоторая компания продает свою продукцию по цене $p = 500$ руб. за единицу, переменные затраты на производство одной единицы продукции составляют $v = 300$ руб., постоянные расходы предприятия $f = 700000$ руб. в месяц. Месячная операционная прибыль предприятия (в рублях) вычисляется по формуле $\pi(q) = q(p-v) - f$. Определите месячный объем производства q (единиц продукции), при котором месячная операционная прибыль предприятия будет равна 300000 руб.

Тема 1.3. Дерево событий. Функции квадратичная, кубическая и четвёртой степени

Перечень изучаемых элементов содержания:

Понятие дерева событий. Корень, листья и рёбра дерева событий. Правила вычисления вероятностей с помощью дерева событий. Работа с формулами, содержащими квадратичные функции, кубические функции и функции четвёртой степени.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

3.1. Ковбой Джон попадает в муху на стене с вероятностью 0,8, если стреляет из пристрелянного револьвера. Если Джон стреляет из непристрелянного револьвера, то он попадает в муху с вероятностью 0,3. На столе лежит 5 револьверов, из них только 2 пристрелянные. Ковбой Джон видит на стене муху, наудачу хватается первый попавшийся револьвер и стреляет в муху. Найдите вероятность того, что Джон промахнётся. (0,5)

7.3. (№ 27955)

После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h – расстояние в метрах, t – время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,6 с. Насколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,2 с? Ответ дайте в метрах.

7.17. (№ 27969)

Для определения эффективной температуры звезд используют закон Стефана–Больцмана, согласно которому $P = \sigma ST^4$, где P – мощность излучения звезды (в Ваттах),

$\sigma = 5,7 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}^4}$ – постоянная, S – площадь поверхности звезды (в квадратных метрах), а

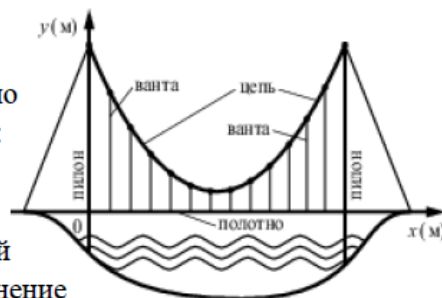
T – температура (в Кельвинах). Известно, что площадь поверхности некоторой звезды равна $\frac{1}{16} \cdot 10^{20} \text{ м}^2$, а мощность ее излучения равна $9,12 \cdot 10^{25} \text{ Вт}$. Найдите температуру этой звезды в Кельвинах.

Задания для самостоятельной работы:

3.4. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых. (0,02)

7.66. (№ 324467)

На рисунке изображена схема вантового моста. Вертикальные пилоны связаны провисающей цепью. Тросы, которые свисают с цепи и поддерживают полотно моста, называются вантами. Введём систему координат: ось Oy направим вертикально вдоль одного из пилонов, а ось Ox направим вдоль полотна моста, как показано на рисунке. В этой системе координат линия, по которой провисает цепь моста, имеет уравнение



$y = 0,005x^2 - 0,74x + 25$ где x и y измеряются в метрах. Найдите длину ванты, расположенной в 30 метрах от пилон. Ответ дайте в метрах.

7.15. (№ 27967)

На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho gl^3$, где

l – длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды, g – ускорение свободного падения (считайте $g=9,8 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 78400 Н? Ответ дайте в метрах.

Тема 1.4. Диаграмма Эйлера-Венна. Действия с дробями, многочленами и степенями

Перечень изучаемых элементов содержания:

Диаграмма Эйлера-Венна. Правила расстановки вероятностей на диаграмме Эйлера-Венна. Преобразование выражений с дробями, многочленами и степенями.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

4.1. В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Обслуживание автоматов происходит по вечерам после закрытия центра. Известно, что вероятность события «К вечеру в первом автомате закончится кофе» равна 0,4. Вероятность события «К вечеру во втором автомате закончится кофе» равна 0,3. Вероятность того, что кофе к вечеру закончится в обоих автоматах, равна 0,17. Найдите вероятность того, что к вечеру дня кофе останется ровно в одном автомате. (0,36)

1. Найдите значение выражения

$$4^6 \cdot 3^8 : 12^5.$$

2. Найдите значение выражения

$$(2x - 5)(2x + 5) - 4x^2 + 3x - 5 \quad \text{при } x = 100.$$

3. Найдите значение выражения

$$\left(3\frac{1}{8} - 1\frac{2}{3}\right) \cdot 4,8$$

4. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{23} \cdot a^{-8}}{a^{16}} \quad \text{при } a = 0,04.$$

Задания для самостоятельной работы:

4.2. В магазине стоят два платёжных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,2 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен. (0,96)

1. Найдите значение выражения

$$6^7 \cdot 5^9 : 30^6.$$

2. Найдите значение выражения

$$(3x - 7)(3x + 7) - 9x^2 + 3x - 1 \quad \text{при } x = 50.$$

3. Найдите значение выражения

$$\left(4\frac{3}{8} - 2\frac{1}{3}\right) \cdot 9,6.$$

4. Найдите значение выражения

$$\frac{a^{27} \cdot a^{-9}}{a^{19}} \quad \text{при } a = 2,5.$$

Тема 1.5. Иррациональные уравнения. Действия с корнями. Функции дробно-рациональная и иррациональная

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение и способы решений иррациональных уравнений. Определение арифметического квадратного корня. Свойства корней. Преобразование выражений с корнями. Работа с формулами, содержащими дробно-рациональные и иррациональные функции.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

5. Решите уравнение

$$\sqrt{5-4x} = 5.$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt{3-2x} = -x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

5. Найдите значение выражения

$$\sqrt{109^2 - 60^2}.$$

7.18. (№ 27970)

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 30\text{ см}$. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 30 до 50 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 150 до 180 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить

лампочку, чтобы её изображение на экране было четким. Ответ дайте в сантиметрах.

7.30. (№ 27982)

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением $a\text{ км/ч}^2$. Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость не менее 100 км/ч. Ответ дайте в км/ч^2 .

Задания для самостоятельной работы:

5. Решите уравнение

$$\sqrt{6-5x} = 6.$$

6. Решите уравнение

$$\sqrt{4-3x} = -x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

5. Найдите значение выражения

$$\sqrt{145^2 - 24^2}.$$

7.19. (№ 27971)

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой $f_0 = 440$ Гц. Чуть позже издал гудок подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка f больше первого: она зависит от скорости тепловоза по закону $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$ (Гц), где c – скорость звука

(в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 10 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а $c = 315$ м/с. Ответ дайте в м/с.

7.34. (№ 27986)

Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{\frac{Rh}{500}}$, где $R = 6400$ км –

радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4,8 км. К пляжу ведет лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 20 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 6,4 километров?

Тема 1.6. Показательные уравнения. Показательная функция. Формулы сокращённого умножения. Функциональные выражения

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение и способы решения показательных уравнений. Работа с формулами, содержащими показательные функции. Преобразование выражений с использованием формул сокращённого умножения. Преобразование функциональных выражений.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

9. Решите уравнение

$$7^{4-x} = 49.$$

10. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{9+x} = 81^x.$$

7.38. (№ 27990)

При адиабатическом процессе для идеального газа выполняется закон $pV^k = 10^5 \text{ Па} \cdot \text{м}^5$,

где p – давление в газе в паскалях, V – объем газа в кубических метрах, $k = \frac{5}{3}$. Найдите, какой

объем V (в куб. м) будет занимать газ при давлении p , равном $3,2 \cdot 10^6 \text{ Па}$.

4.71. (№ 26809)

Найдите значение выражения

$$((3x + 2y)^2 - 9x^2 - 4y^2) : (6xy)$$

10. Найдите значение выражения

$$\frac{g(x-9)}{g(x-11)}, \quad \text{если } g(x) = 8^x.$$

Задания для самостоятельной работы:

9. Решите уравнение

$$8^{5-x} = 64.$$

10. Найдите корень уравнения

$$\left(\frac{1}{6}\right)^{6+x} = 36^x.$$

7.39. (№ 27991)

В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 2^{-t/T}$,

где m_0 – начальная масса изотопа, t – время, прошедшее от начального момента времени, T – период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 40 мг. Период его полураспада составляет 10 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 5 мг.

4.72. (№ 26810)

Найдите значение выражения

$$((4x - 3y)^2 - (4x + 3y)^2) : (4xy)$$

10. Найдите значение выражения

$$\frac{g(x-7)}{g(x-9)}, \quad \text{если } g(x) = 9^x.$$

Тема 1.7. Логарифмические уравнения. Действия с логарифмами.

Логарифмическая функция

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение и способы решения логарифмических уравнений. Свойства логарифмов. Преобразование логарифмических выражений. Работа с формулами, содержащими логарифмические функции.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

11. Решите уравнение

$$\log_4(5 + x) = 2.$$

12. Решите уравнение

$$\log_3(2x - 3) = \log_3(18 - x).$$

4.168. (№ 77415)

Найдите значение выражения

$$\log_a(ab^3) \quad \text{если } \log_b a = \frac{1}{7}$$

7.43. (№ 27995)

Для обогрева помещения, температура в котором поддерживается на уровне $T_{\text{н}} = 20^{\circ}\text{C}$, через радиатор отопления пропускают горячую воду. Расход проходящей через трубу радиатора воды $m = 0,3$ кг/с. Проходя по трубе расстояние x , вода охлаждается от начальной температуры

$T_{\text{в}} = 60^{\circ}\text{C}$ до температуры T , причём $x = \alpha \frac{cm}{\gamma} \log_2 \frac{T_{\text{в}} - T_{\text{н}}}{T - T_{\text{н}}}$, где $c = 4200 \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}}{\text{кг} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ –

теплоёмкость воды, $\gamma = 21 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot ^{\circ}\text{C}}$ – коэффициент теплообмена, а $\alpha = 0,7$ – постоянная.

Найдите, до какой температуры (в градусах Цельсия) охладится вода, если длина трубы радиатора равна 84 м.

Задания для самостоятельной работы:

11. Решите уравнение

$$\log_5(4+x) = 2.$$

12. Решите уравнение

$$\log_5(3x-2) = \log_5(22-x).$$

4.169. (№ 77416)

Найдите $\log_a \frac{a}{b^3}$ если $\log_a b = 5$

7.44. (№ 27996)

Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 3$ моля воздуха объемом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объёма V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется

выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 5,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ – постоянная, а $T = 300\text{К}$ –

температура воздуха. Найдите, какой объём V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии газа была совершена работа в 10350 Дж.

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 1

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

Д2.1. В прямоугольном треугольнике случайно выбирается вершина. Найдите вероятность того, что выбрана вершина прямого угла.

Д2.2. Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпало число, меньше чем 3?

Д2.3. На столе лежат 10 карточек, на которых написаны числа от 1 до 10. Миша случайно вытягивает одну карточку. С какой вероятностью число на выбранной карточке является составным?

Д2.4. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков.

Д2.5. В случайном эксперименте монету бросили три раза. Какова вероятность выпадения комбинации ООР?

Д2.6. Решите уравнение

$$\sqrt{6 + 5x} = x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Д2.7. Найдите значение выражения

$$\frac{3 \cos 2^\circ}{\sin 44^\circ \cdot \sin 46^\circ}.$$

Д2.8. При бросании мяча под острым углом α к плоской горизонтальной поверхности земли его время в полёте, выраженное в секундах, равно

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

При каком наименьшем значении угла α (в градусах) время в полёте будет не меньше 1,9 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью $v_0 = 19$ м/с? Считайте, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой** /предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ, не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 2. «ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ И ГРАФИКИ»

Цель и задачи освоения Модуля 2.

Целью изучения модуля «Текстовые задачи и графики» является освоение навыка построения математических моделей для решения текстовых задач и освоение инструментов анализа графиков алгебраических функций.

Задачи Модуля 2:

1. Научиться строить математические модели для решения текстовых задач;
2. Научиться решать линейные и дробно-рациональные уравнения;
3. Освоить методы решения систем алгебраических уравнений

Содержание Модуля 2 «Текстовые задачи и графики»

Тема 2.1. Задачи на движение по прямой. График линейной функции

Перечень изучаемых элементов содержания:

Алгоритм решения задач на движение по прямой. Движение навстречу, вдогонку, с отставанием, в противоположные стороны. Решение задач с графиками линейных функций. Прямая.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

8.1. (№ 26578)

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью 24 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью, на 16 км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля.

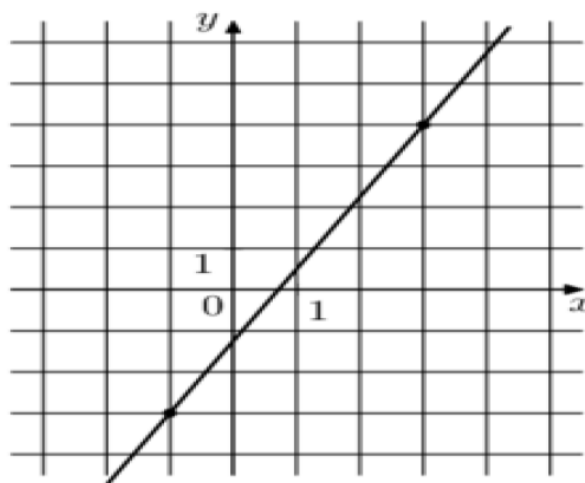
Ответ дайте в км/ч.

9.1. (№ 508895)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = kx + b.$$

Найдите $f(-5)$.



Задания для самостоятельной работы:

8.2. (№ 26579)

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути — со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

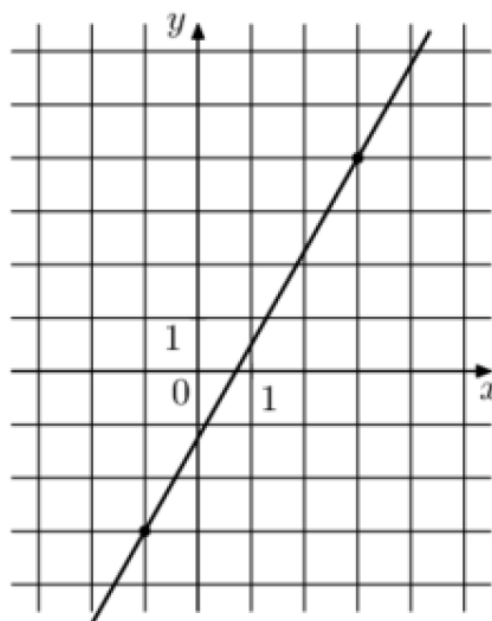
9.2. (№ 508903)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = kx + b.$$

Найдите значение x , при котором

$$f(x) = -13,5.$$



Тема 2.2. Задачи на движение по реке. График квадратичной функции

Перечень изучаемых элементов содержания:

Алгоритм решения задач на движение по реке. Решение задач с графиками квадратичных функций. Парабола.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

8.8. (№ 26585)

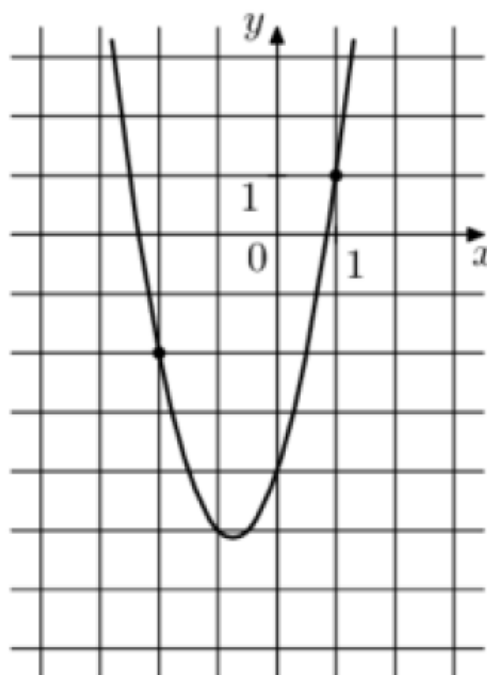
Моторная лодка прошла против течения реки 112 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 6 часов меньше. Найдите скорость течения, если скорость лодки в неподвижной воде равна 11 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

9.3. (№ 508911)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = 2x^2 + bx + c.$$

Найдите $f(-5)$.



Задания для самостоятельной работы:

8.9. (№ 26586)

Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше.

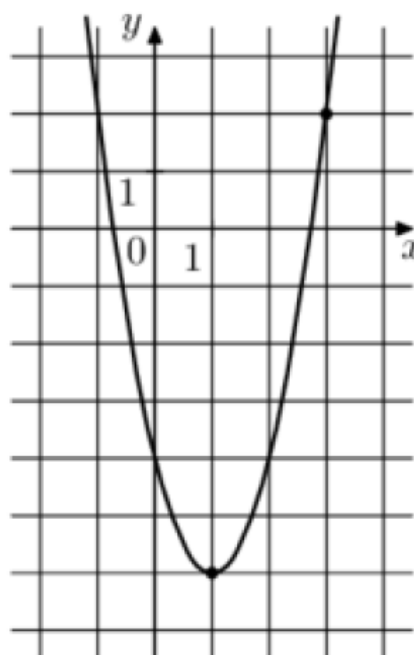
Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

9.4. (№ 508919)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = ax^2 - 4x + c.$$

Найдите $f(-3)$.



Тема 2.3. Задачи на движение по круговой трассе. График дробно-рациональной функции

Перечень изучаемых элементов содержания:

Алгоритм решения задач на движение по круговой трассе. Решение задач с графиками дробно-линейных функций. Гипербола.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

8.57. (№ 99596)

Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

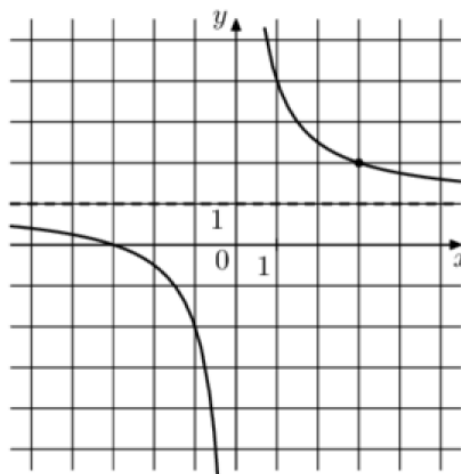
9.8. (№ 508951)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = \frac{k}{x} + a.$$

Найдите

$$f(-12).$$



Задания для самостоятельной работы:

8.59. (№ 99598)

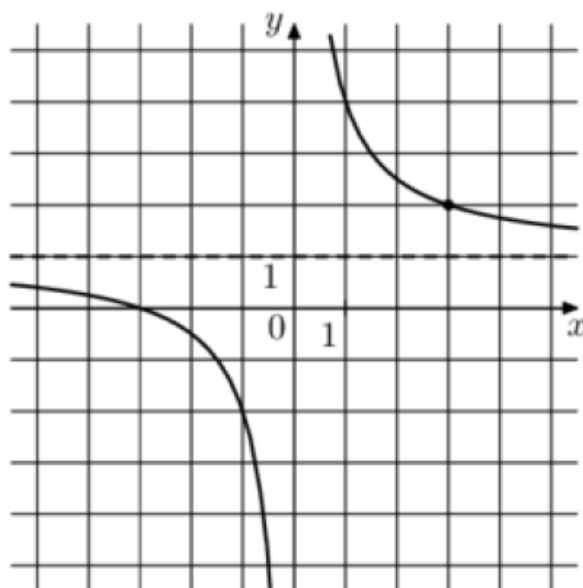
Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 80 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

9.9. (№ 508961)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = \frac{k}{x} + a.$$

Найдите, при каком значении x значение функции равно 0,8.



Тема 2.4. Задачи на движение протяжённых тел. График показательной функции

Перечень изучаемых элементов содержания:

Алгоритм решения задачи на движение протяжённых тел. Решение задач с графиками показательных функций.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

8.69. (№ 99608)

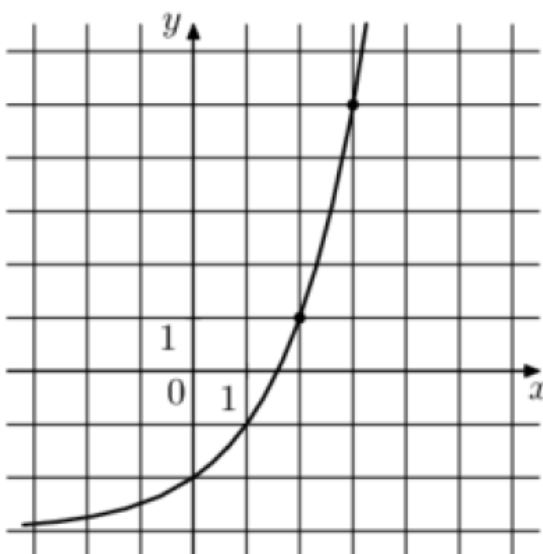
Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

9.18. (№ 509089)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = a^x + b.$$

Найдите $f(6)$.



Задания для самостоятельной работы:

8.70. (№ 99609)

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

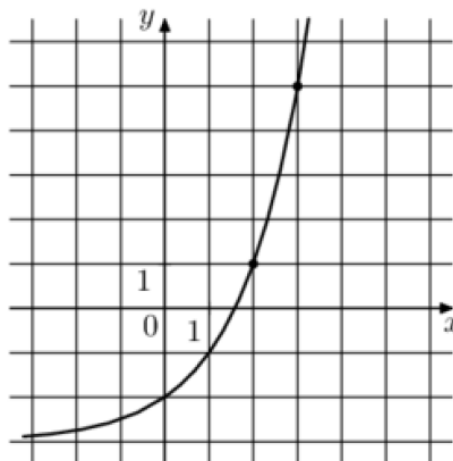
9.19. (№ 509095)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = a^x + b.$$

Найдите значение x , при котором

$$f(x) = 29.$$



Тема 2.5. Задачи на среднюю скорость. График логарифмической функции

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула средней скорости. Алгоритм решения задач на среднюю скорость.

Решение задач с графиками логарифмических функций.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

8.64. (№ 99603)

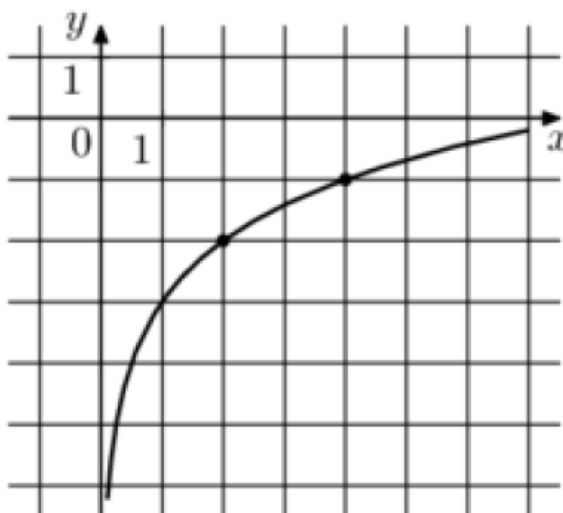
Половину времени, затраченного на дорогу, автомобиль ехал со скоростью 74 км/ч, а вторую половину времени — со скоростью 66 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

9.14. (№ 509009)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = b + \log_a x.$$

Найдите $f(32)$.



Задания для самостоятельной работы:

8.65. (№ 99604)

Путешественник переплыл море на яхте со средней скоростью 20 км/ч.

Обратно он летел на спортивном самолете со скоростью 480 км/ч.

Найдите среднюю скорость путешественника на протяжении всего пути. Ответ дайте в км/ч.

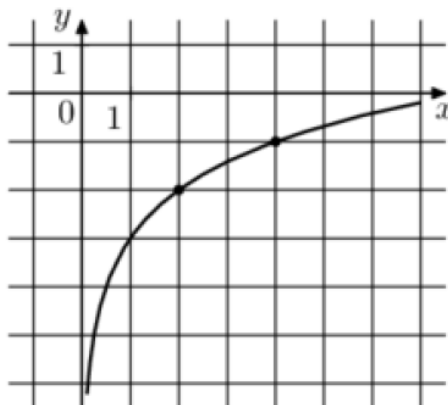
9.15. (№ 509026)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = b + \log_a x.$$

Найдите значение x , при котором

$$f(x) = 1.$$



Тема 2.6. Задачи на работу. График тригонометрических функций

Перечень изучаемых элементов содержания:

Понятие работы, времени, производительности. Формула производительности. Алгоритм решения задач на работу. Решение задач с графиками тригонометрических функций. Синусоида. Тангенсоида.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

8.15. (№ 26592)

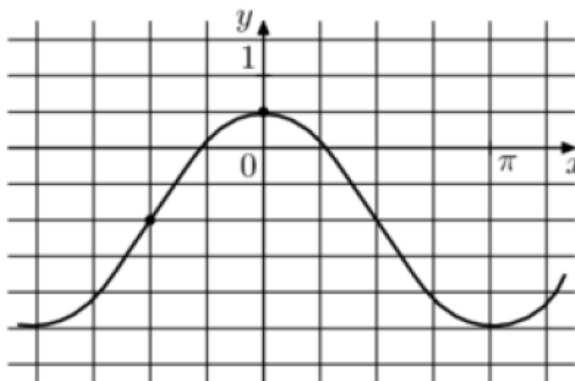
Заказ на изготовление 110 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает второй рабочий, если известно, что первый за час изготавливает на 1 деталь больше?

9.24. (№ 509123)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = a \cos x + b$$

Найдите a .



Задания для самостоятельной работы:

8.16. (№ 26593)

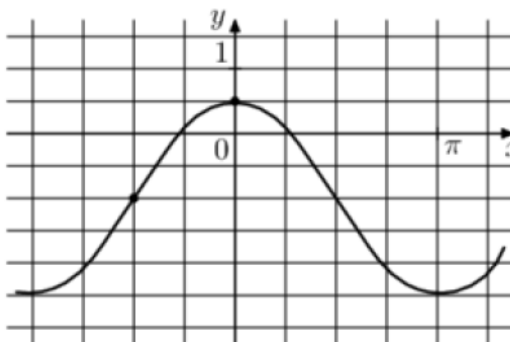
Заказ на изготовление 156 деталей первый рабочий выполняет на 1 час быстрее, чем второй. Сколько деталей за час изготавливает первый рабочий, если известно, что он за час изготавливает на 1 деталь больше второго?

9.25. (№ 509130)

На рисунке изображен график функции

$$f(x) = a \cos x + b$$

Найдите b .



Тема 2.7. Задачи на совместную работу. Пересечение двух прямых

Перечень изучаемых элементов содержания:

Алгоритм решения задач на совместную работу. Алгоритм поиска координат точки пересечения двух прямых.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

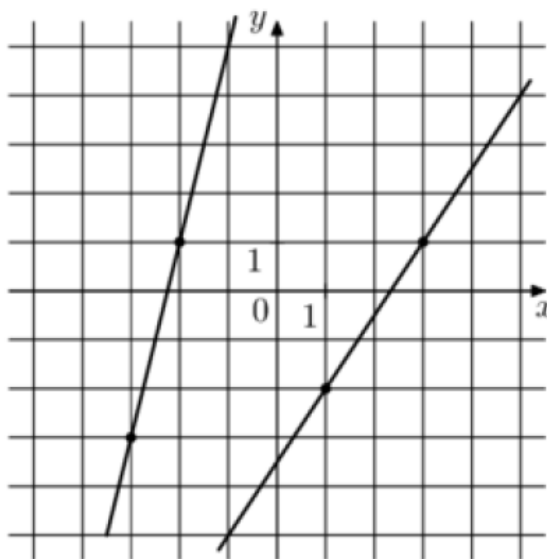
Задания для практической работы:

8.74. (№ 99613)

Каждый из двух рабочих одинаковой квалификации может выполнить заказ за 15 часов. Через 3 часа после того, как один из них приступил к выполнению заказа, к нему присоединился второй рабочий, и работу над заказом они довели до конца уже вместе. Сколько часов потребовалось на выполнение всего заказа?

9.32. (№ 509197)

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



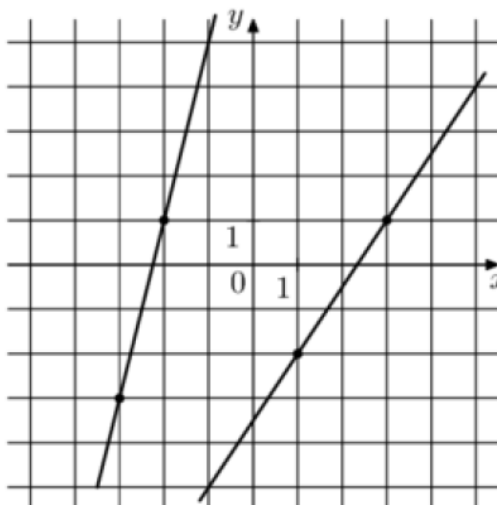
Задания для самостоятельной работы:

8.75. (№ 99614)

Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

9.33. (№ 509213)

На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите ординату точки пересечения графиков.



Тема 2.8. Задачи на сухофрукты, смеси и сплавы. Пересечение прямой и параболы

Перечень изучаемых элементов содержания:

Алгоритм решения задач на сухофрукты, смеси и сплавы. Алгоритм поиска координат точек пересечения прямой и параболы.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

8.34. (№ 99573)

Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

9.28. (№ 509149)

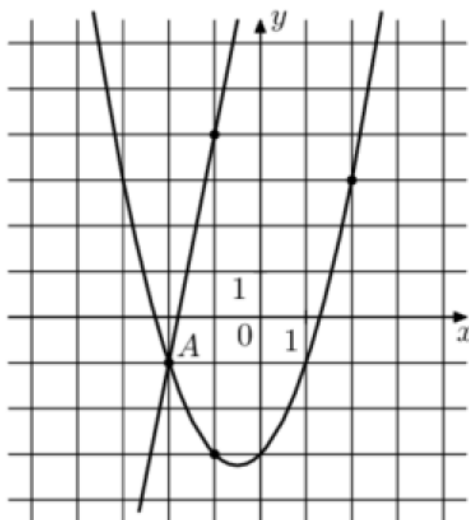
На рисунке изображены графики функций

$$f(x) = 5x + 9 \text{ и}$$

$$g(x) = ax^2 + bx + c,$$

которые пересекаются в точках A и B .

Найдите абсциссу точки B .

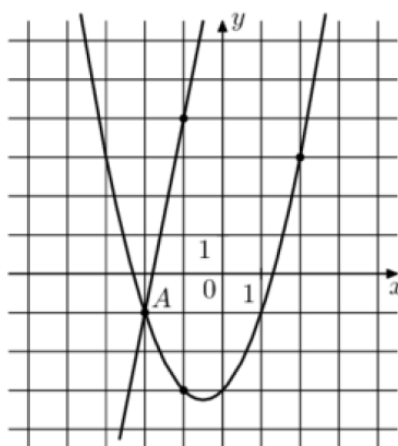


Задания для самостоятельной работы:

Изюм получается в процессе сушки винограда. Сколько килограммов винограда потребуется для получения 20 килограммов изюма, если виноград содержит 90% воды, а изюм содержит 5% воды?

9.29. (№ 509158)

На рисунке изображены графики функций $f(x) = 5x + 9$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B .
Найдите ординату точки B .



Тема 2.9. Пересечение двух парабол. Пересечение прямой и парабола

Перечень изучаемых элементов содержания:

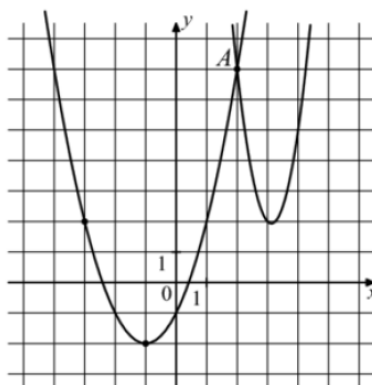
Алгоритм поиска координат точек пересечения линейной функции и функции арифметического квадратного корня из линейного многочлена.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

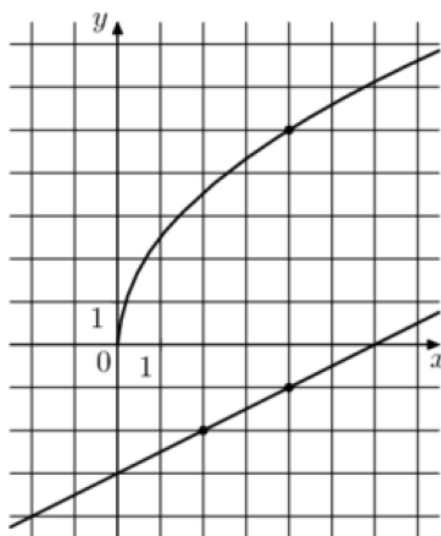
9.36. (№ 509253)

На рисунке изображены графики функций $f(x) = 4x^2 - 25x + 41$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках A и B .
Найдите абсциссу точки B .



9.38. (№ 509271)

На рисунке изображены графики функций $f(x) = a\sqrt{x}$ и $g(x) = kx + b$, которые пересекаются в точке A .
Найдите абсциссу точки A .



Задания для самостоятельной работы:

9.37. (№ 509262)

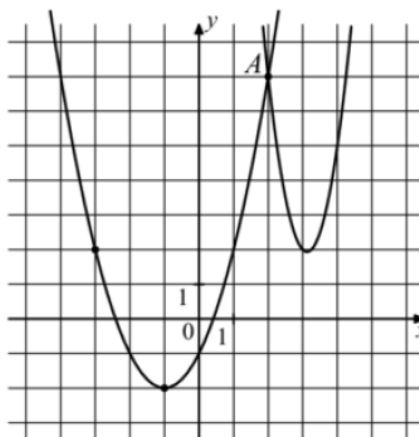
На рисунке изображены графики функций

$$f(x) = 4x^2 - 25x + 41$$

$$\text{и } g(x) = ax^2 + bx + c,$$

которые пересекаются в точках A и B .

Найдите ординату точки B .



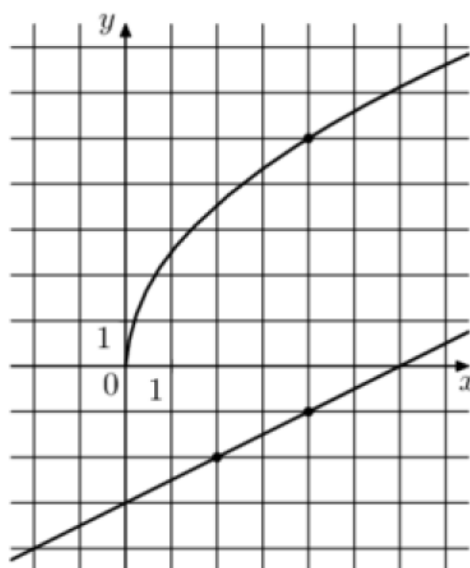
9.39. (№ 509279)

На рисунке изображены графики функций

$$f(x) = a\sqrt{x} \quad \text{и}$$

$$g(x) = kx + b,$$

которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .



Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 2

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

Д1.6. Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Д1.7. Один мастер может выполнить заказ за 12 часов, а другой — за 6 часов. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

Д1.8. Две трубы наполняют бассейн за 3 часа 36 минут, а одна первая труба наполняет бассейн за 6 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

9.37. (№ 509262)

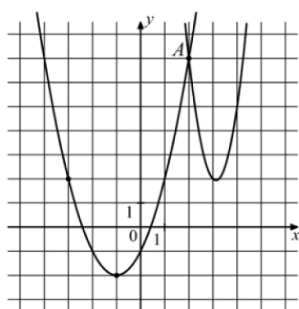
На рисунке изображены графики функций

$$f(x) = 4x^2 - 25x + 41$$

$$\text{и } g(x) = ax^2 + bx + c,$$

которые пересекаются в точках A и B .

Найдите ординату точки B .



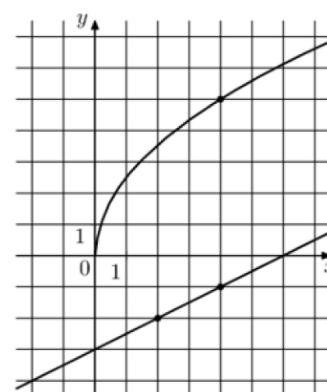
9.39. (№ 509279)

На рисунке изображены графики функций

$$f(x) = a\sqrt{x} \quad \text{и}$$

$$g(x) = kx + b,$$

которые пересекаются в точке A . Найдите ординату точки A .



Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой** /предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ, не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 3. «УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА»

Цель и задачи освоения Модуля 3.

Целью изучения модуля «Уравнения и неравенства» является освоение методов

решения алгебраических уравнений и неравенств.

Задачи Модуля 3:

1. Освоить метод равносильных переходов для решения уравнений и неравенств;
2. Освоить метод рационализации для решения неравенств с модулями, показательных и логарифмических неравенств;
3. Освоить метод перехода к неравенству-следствию для решения логарифмических неравенств.

Содержание Модуля 3 «Уравнения и неравенства»

Тема 3.1. Замена переменной и группировка. Метод интервалов

Перечень изучаемых элементов содержания:

Единичная окружность. Синус и косинус как координаты точки на единичной окружности. Простейшие тригонометрические уравнения. Замена переменной при решении тригонометрических уравнений. Метод интервалов при решении дробно-рациональных неравенств.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.1.1.1 \text{ а) } 2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[\frac{\pi}{2}; 2\pi \right]$$

$$14.1.1.6) \frac{(x-2)^3(x-4)(x-7)^5}{(x-2)^5(x-7)^4} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.1.1.2 \text{ а) } 2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi \right]$$

$$14.1.2.6) \frac{(x-1)^4(x-3)(x-6)^6}{(x-1)^6(x-6)^3} \geq 0$$

Тема 3.2. Основное тригонометрическое тождество. Разложение на множители многочленов второй степени

Перечень изучаемых элементов содержания:

Основное тригонометрическое тождество в решении тригонометрических уравнений. Отбор корней с помощью неравенств. Разложение на множители многочленов второй степени с помощью группировки и с помощью теоремы о разложении квадратного трёхчлена на множители.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.2.1.1 \text{ а) } 4 \cos^2 x - 8 \sin x + 1 = 0 \quad \text{б) } \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$$

$$14.2.1.8) \frac{(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15)}{(x^2 - 10x + 16)(x^2 - 10x + 24)} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.2.1.2 \text{ а) } 8 \sin^2 x + 2\sqrt{3} \cos x + 1 = 0 \quad \text{б) } \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$14.2.2.8) \frac{(x^2 + 11x + 10)(x^2 + 11x + 28)}{(x^2 + 13x + 22)(x^2 + 13x + 40)} \geq 0$$

Тема 3.3. Формулы двойного аргумента. Разложение на множители многочленов третьей степени

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формулы двойного аргумента при решении тригонометрических уравнений. Отбор корней с помощью окружности. Разложение на множители многочленов третьей и четвертой степеней с использованием следствия из теоремы Безу. Деление многочлена на многочлен в столбик.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.3.1.1 \text{ а) } \cos 2x + \sin^2 x = 0,25 \quad \text{б) } \left[3\pi; \frac{9\pi}{2}\right]$$

$$14.2.1.14) \frac{x^3 - 7x + 6}{x^2} \geq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.3.1.2 \text{ а) } \sin 2x = \sin x - 2 \cos x + 1 \quad \text{б) } \left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$$

$$14.2.2.14) \frac{x^3 - 12x + 16}{x} \leq 0$$

Тема 3.4. Формулы приведения. Метод рационализации (неравенства с модулем)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формулы приведения. Алгоритм работы с формулами приведения. Понятие знакотождественных выражений. Метод рационализации как частный случай метода равносильных переходов. Метод рационализации при решении неравенств с модулями.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

12.4.1.1 а) $4 \sin^2 x + 4 \cos \left(\frac{\pi}{2} + x \right) - 3 = 0$ б) $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi \right]$

14.3.1.1) $\frac{|x^2 + 8x + 19| - 4|x + 4|}{|x^2 + 10x + 28| - 4|x + 5|} \geq 0$

Задания для самостоятельной работы:

12.4.1.2 а) $4 \cos^2 x + 8 \sin \left(\frac{3\pi}{2} - x \right) - 5 = 0$ б) $\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right]$

14.3.2.1) $\frac{|x^2 + 7x + 4| - |x + 11|}{|x^2 + 8x + 4| - 2|x + 10|} \geq 0$

Тема 3.5. Формулы приведения. Дробно-рациональные неравенства

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формулы приведения при решении тригонометрических уравнений. Решение дробно-рациональных неравенств.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

12.4.1.3 а) $2 \sin^2 x + 3 = 7 \sin (\pi - x)$ б) $\left[3\pi; \frac{9\pi}{2} \right]$

14.4.1.1) $\frac{2}{x^2 + 12x + 32} \geq \frac{1}{x^2 + 10x + 24}$

Задания для самостоятельной работы:

12.4.1.4 а) $2 \cos^2 x = 3 \cos (2\pi - x) + 2$ б) $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2} \right]$

14.4.2.1) $\frac{1}{x^2 - 15x + 56} + \frac{1}{x^2 - 19x + 88} \leq 0$

Тема 3.6. Формулы приведения и другие формулы. Метод рационализации (показательные неравенства)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Решение тригонометрических уравнений с использованием замены переменных, основного тригонометрического тождества, формул двойного аргумента и формул приведения. Использование метода рационализации при решении показательных неравенств.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.5.1.1 \text{ а) } 2 \sin^2 x + 4 = 3\sqrt{3} \sin\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \quad \text{б) } \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$$

$$14.6.1.1) \frac{(0.5^x - 0.25)(8^x - \frac{1}{512})}{(6^x - \sqrt{6})(27^x - 3)} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.5.1.2 \text{ а) } 2 \cos^2 x + 1 = 2\sqrt{2} \cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) \quad \text{б) } \left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$$

$$14.6.2.1) \frac{(0.6^x - 0.36)(7^x - \frac{1}{343})}{(19^x - \sqrt{19})(81^x - 3)} \leq 0$$

Тема 3.7. Формулы суммы и разности аргументов. Показательные неравенства на ЕГЭ (без логарифмов)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формулы суммы и разности аргументов синуса и косинуса при решении тригонометрических уравнений. Решение показательных неравенств ЕГЭ прошлых лет. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.6.1.1 \text{ а) } 2 \sin^2 x + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos x \quad \text{б) } \left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$$

$$14.7.1.1) 2^x - \frac{240}{2^x - 1} \geq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.6.1.2 \text{ а) } 6 \cos^2 x + \sqrt{3} \sin x = 2\sqrt{3} \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \quad \text{б) } \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$14.7.2.1) 5^x - \frac{600}{5^x - 1} \geq 0$$

Тема 3.8. Чётность и нечётность. Показательные неравенства на ЕГЭ (с логарифмами)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Чётность и нечётность тригонометрических функций при решении тригонометрических уравнений. Решение показательных неравенств ЕГЭ прошлых лет. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.7.1.1 \text{ а) } 2 \sin^2 x - \cos(-x) - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[-\pi; \frac{\pi}{2}\right]$$

$$14.8.1.5) \frac{5^x}{5^x - 4} + \frac{5^x + 5}{5^x - 5} + \frac{22}{25^x - 9 \cdot 5^x + 20} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.7.1.2 \text{ а) } 2 \cos^2 x - 3 \sin(-x) - 3 = 0 \quad \text{б) } \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$14.8.2.5) \frac{3^x}{3^x - 3} + \frac{3^x + 1}{3^x - 2} + \frac{5}{9^x - 5 \cdot 3^x + 6} \leq 0$$

Тема 3.9. Тангенсы. Метод рационализации (логарифмические неравенства)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Ось тангенсов и единичная окружность. Простейшие тригонометрические уравнения с тангенсами. Уравнения с тангенсами на ЕГЭ. Метод рационализации при решении логарифмических неравенств. Равносильный переход от неравенства к системе неравенств.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.8.1.1 \text{ а) } \operatorname{tg}^4 x - \operatorname{tg}^2 x - 6 = 0 \quad \text{б) } \left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$$

$$14.9.1.1) \frac{\log_4(x - 1) - \log_4(24 - 4x)}{\log_{0.6}(4x - 12) - \log_{0.6}(8 - x)} \leq 0$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.8.1.2 \text{ а) } \operatorname{tg}^3 x + \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x - 3 = 0 \quad \text{б) } \left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$$

$$14.9.2.1) \frac{\log_5(x - 2) - \log_5(28 - 4x)}{\log_{0.7}(4x - 16) - \log_{0.7}(9 - x)} \leq 0$$

Тема 3.10. Тригонометрические функции в показателе степени.

Логарифмические неравенства на ЕГЭ (замена переменной)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Решение уравнений с тригонометрическими функциями в показателе степени. Решение логарифмических неравенств ЕГЭ прошлых лет с помощью замены переменных. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.9.1.1 \text{ а) } 16^{\sin x} = \left(\frac{1}{4}\right)^{2 \sin 2x} \quad \text{б) } \left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$$

$$14.10.1.10) \frac{\log_3 x}{\log_3 \left(\frac{x}{27}\right)} \geq \frac{2}{\log_3 x} + \frac{5}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.9.1.2 \text{ а) } \left(\frac{1}{125}\right)^{-\cos x} = 5^{\sqrt{3} \sin 2x} \quad \text{б) } \left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$$

$$14.10.2.10) \frac{\log_8 x}{\log_8 \left(\frac{x}{64}\right)} \geq \frac{2}{\log_8 x} + \frac{3}{\log_8^2 x - \log_8 x^2}$$

Тема 3.11. Тригонометрические функции под знаком логарифма. Логарифмические неравенства на ЕГЭ (свойства логарифмов)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Решение уравнений с тригонометрическими функциями под знаком логарифма.
Решение логарифмических неравенств ЕГЭ прошлых лет с использованием свойств логарифмов. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$12.10.1.1 \text{ а) } 2 \log_2^2(\sin x) - 5 \log_2(\sin x) - 3 = 0 \quad \text{б) } \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$$

$$14.11.1.1) \log_6(21 - 7x) \geq \log_6(x^2 - 8x + 15) + \log_6(x + 3)$$

Задания для самостоятельной работы:

$$12.10.1.2 \text{ а) } 6 \log_8^2(\cos x) - 5 \log_8(\cos x) - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$$

$$14.11.2.1) \log_2(14 - 14x) \geq \log_2(x^2 - 5x + 4) + \log_2(x + 5)$$

Тема 3.12. Смешанные и прочие неравенства на ЕГЭ

Перечень изучаемых элементов содержания:

Решение смешанных и прочих неравенств ЕГЭ прошлых лет. Особенности оформления решений в бланках ответов.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

$$14.12.1.3) (5x - 13) \cdot \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 10) \geq 0$$

$$14.12.1.10) 3^{x^2} \cdot 5^{x-1} \geq 3$$

Задания для самостоятельной работы:

$$14.12.2.3) (6x - 23) \cdot \log_{3x-11}(x^2 - 8x + 17) \geq 0$$

$$14.12.2.10) 2^{x^2} \cdot 9^{x-2} \geq 16$$

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 3

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме *зачета с оценкой в виде выполнения практического задания*.

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

$$12.10.1.1 \text{ а) } 2 \log_2^2(\sin x) - 5 \log_2(\sin x) - 3 = 0 \quad \text{б) } \left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right] \quad (\text{ЕГЭ-2017})$$

$$12.10.1.2 \text{ а) } 6 \log_8^2(\cos x) - 5 \log_8(\cos x) - 1 = 0 \quad \text{б) } \left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right] \quad (\text{ЕГЭ-2017})$$

$$12.10.1.3 \text{ а) } 2 \log_{0,5}^2(2 \sin x) + 7 \log_{0,5}(2 \sin x) + 3 = 0 \quad \text{б) } \left[-\frac{3\pi}{2}; 0\right] \quad (\text{ЕГЭ-2019})$$

$$14.12.1.1) \frac{\log_5(3x - 13)}{\log_5(x - 4)} \geq 1 \quad (\text{ЕГЭ-2019})$$

$$14.12.1.2) \log_{\frac{x}{2}}(x^2 - 2x + 1) \geq 2 \quad (\text{ЕГЭ-2016})$$

$$14.12.1.3) (5x - 13) \cdot \log_{2x-5}(x^2 - 6x + 10) \geq 0 \quad (\text{ЕГЭ-2016})$$

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками *«отлично»*, *«хорошо»*, *«удовлетворительно»*, *«неудовлетворительно»*.

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой** /предлагается следующая шкала оценок:

Отметку *«отлично»* (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На *«хорошо»* (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На *«удовлетворительно»* (зачтено) оценивается ответ, не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 4. «ПЛАНИМЕТРИЯ И СТЕРЕОМЕТРИЯ»

Цель и задачи освоения Модуля 4.

Целью изучения модуля «Планиметрия и стереометрия» является: освоение инструментов для решения геометрических задач базового уровня сложности.

Задачи Модуля 4:

1. Освоить методы решения базовых стереометрических задач;
2. Освоить методы решения базовых планиметрических задач;
3. Изучить основные термины, теоремы, формулы планиметрии и стереометрии.

Содержание Модуля 4 «Планиметрия и стереометрия»

Тема 4.1. Треугольник равнобедренный, прямоугольный, произвольный. Параллелограмм и Ромб.

Перечень изучаемых элементов содержания:

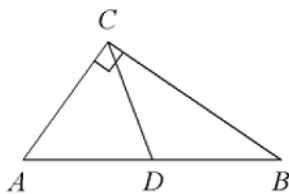
Свойства и признаки равнобедренного треугольника. Свойства и признаки прямоугольного треугольника. Теорема о сумме углов треугольника. Определение, признаки и свойства параллелограмма. Определение, признаки и свойства ромба. Пять формул площади треугольника и формулы площади параллелограмма и ромба. Решение геометрических задач с треугольниками и параллелограммами.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

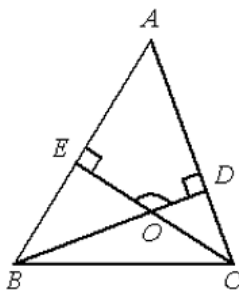
Задания для практической работы:



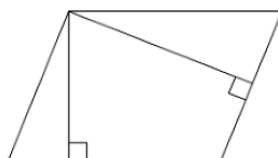
5. В треугольнике ABC $AC=BC=16$, $AB=8$. Найдите $\cos A$.



33. В треугольнике ABC CD – медиана, угол C равен 90° , угол B равен 35° . Найдите угол ACD . Ответ дайте в градусах.

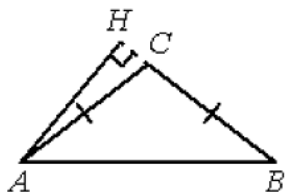


71. В треугольнике ABC угол A равен 44° , углы B и C – острые, высоты BD и CE пересекаются в точке O . Найдите угол DOE . Ответ дайте в градусах.

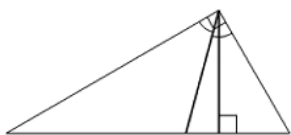


103. Стороны параллелограмма равны 24 и 27. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 18. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.

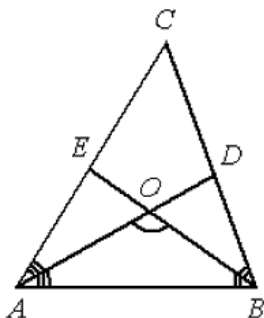
Задания для самостоятельной работы:



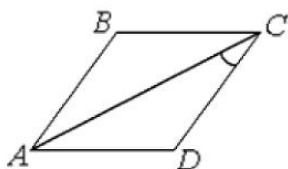
9. В треугольнике ABC $AC=BC$, $AB=20$, высота AH равна 8. Найдите синус угла BAC .



37. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными из вершины прямого угла, равен 14° . Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



81. В треугольнике ABC угол C равен 58° , биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.



113. В ромбе ABCD угол ABC равен 150° . Найдите угол ACD. Ответ дайте в градусах.

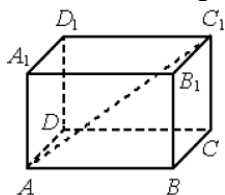
Тема 4.2. Параллелепипед

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Формула диагонали, площади боковой поверхности, площади полной поверхности и объёма параллелепипеда. Решение геометрических задач с прямоугольными параллелепипедами.

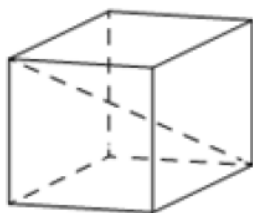
Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:



1. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA₁B₁C₁D₁ известно, что $DD_1=2$, $C_1D_1=6$, $B_1C_1=3$. Найдите длину диагонали AC_1 .

Задания для самостоятельной работы:



11. Диагональ куба равна $\sqrt{27}$. Найдите его объём.

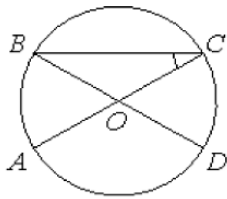
Тема 4.3 Окружность (углы, хорды, касательные). Призма

Перечень изучаемых элементов содержания:

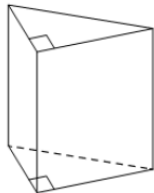
Определение окружности. Определения хорды, центрального угла и вписанного угла окружности. Определение касательной к окружности. Теорема о вписанном угле. Решение геометрических задач с окружностями. Определения призмы наклонной, призмы прямой и призмы правильной. Формула объёма наклонной призмы. Формулы площади боковой поверхности и полной поверхности прямой призмы. Решение геометрических задач с призмами.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

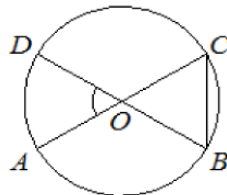


115. Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол AOD равен 114° . Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.

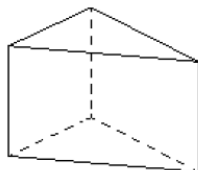


59. Основанием прямой треугольной призмы является прямоугольный треугольник с катетами 2 и 7, боковое ребро призмы равно 6. Найдите объём призмы.

Задания для самостоятельной работы:



119. Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O. Угол ACB равен 56° . Найдите угол AOD. Ответ дайте в градусах.



63. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 4 и 7, объём призмы равен 56. Найдите боковое ребро призмы.

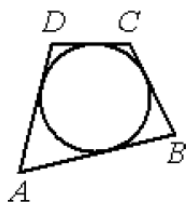
Тема 4.4. Окружность вписанная и описанная. Пирамида

Перечень изучаемых элементов содержания:

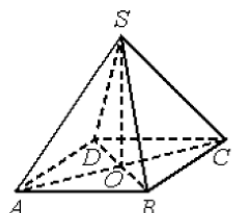
Определения вписанной (в треугольник, в четырёхугольник, в многоугольник) и описанной (около треугольника, около четырёхугольника, около многоугольника) окружностей. Определения, признаки и свойства описанного и вписанного четырёхугольников. Решение геометрических задач с вписанными и описанными окружностями. Определения пирамиды и правильной пирамиды. Определение апофемы. Формулы боковой поверхности, полной поверхности и объёма пирамиды. Треугольные, четырёхугольные и шестиугольные пирамиды. Решение геометрических задач с пирамидами.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

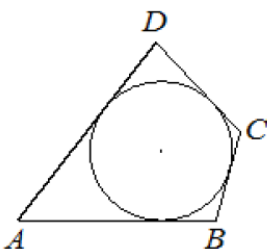


153. В четырёхугольник ABCD вписана окружность, $AB=13$, $BC=7$ и $AD=11$. Найдите четвертую сторону четырёхугольника.

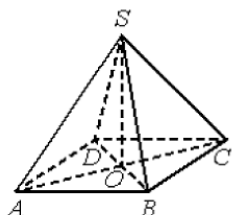


117. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD с вершиной S точка O – центр основания, $SD=41$, $BD=18$. Найдите длину отрезка SO.

Задания для самостоятельной работы:



157. В четырёхугольник ABCD вписана окружность, $AB=22$, $CD=17$. Найдите периметр четырёхугольника ABCD.



121. В правильной четырёхугольной пирамиде SABCD с вершиной S точка O – центр основания, $SO=28$, $BD=42$. Найдите длину отрезка SC.

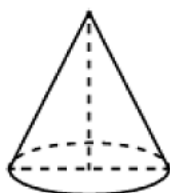
Тема 4.5. Конус, цилиндр, шар

Перечень изучаемых элементов содержания:

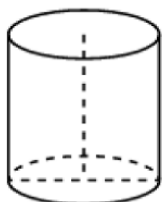
Тела вращения: конус, прямой цилиндр, шар. Образующая и высота прямого конуса. Образующая и высота цилиндра. Формулы объёма прямого конуса, цилиндра, шара. Формулы полной и боковой поверхностей прямого конуса и цилиндра. Формула поверхности шара. Различие терминов шар и сфера. Решение геометрических задач с конусами, прямыми цилиндрами и шарами.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

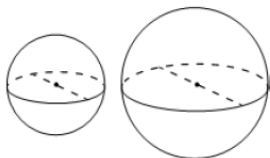
Задания для практической работы:



150. Высота конуса равна 12, а диаметр основания равен 70. Найдите длину образующей конуса.

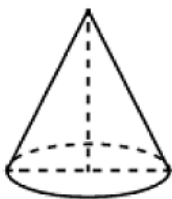


183. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 12π , а диаметр основания равен 6. Найдите высоту цилиндра

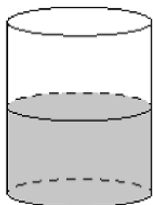


209. Радиусы двух шаров равны 9 и 12. Найдите радиус шара, площадь поверхности которого равна сумме площадей поверхностей двух данных шаров.

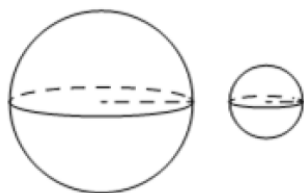
Задания для самостоятельной работы:



154. Высота конуса равна 9, а длина образующей равна 41. Найдите диаметр основания конуса.



187. В цилиндрический сосуд налили 2800 см^3 воды. Уровень жидкости оказался равным 16 см. В воду полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 13 см. Найдите объем детали. Ответ выразите см^3 .



213. Дано два шара. Радиус первого шара в 2 раза больше радиуса второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?

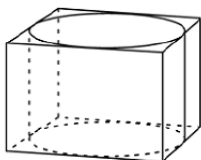
Тема 4.6. Вписанный и описанный цилиндр. Вписанная и описанная сфера

Перечень изучаемых элементов содержания:

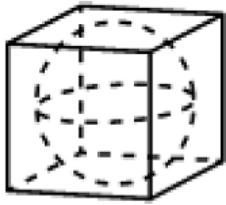
Понятия вписанного и описанного цилиндра, вписанной и описанной сферы. Осевое сечение как инструмент перехода от стереометрической задачи к планиметрической. Решение геометрических задач по с вписанными и описанными цилиндрами, вписанными и описанными сферами.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

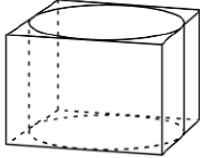


217. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания и высота которого равны 2. Найдите объем параллелепипеда.

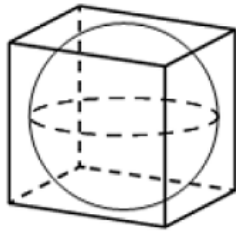


241. В куб с ребром 3 вписан шар. Найдите объём этого шара, делённый на π .

Задания для самостоятельной работы:



221. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 3. Объём параллелепипеда равен 36. Найдите высоту цилиндра.



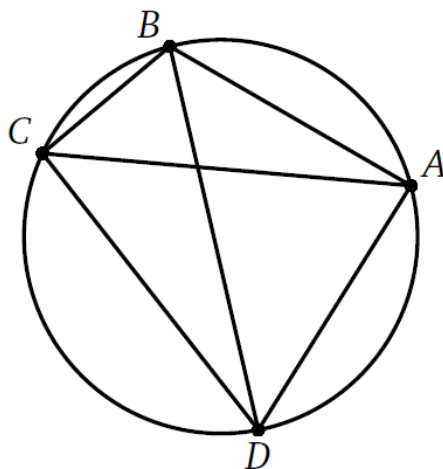
245. Куб описан около сферы радиуса 3. Найдите объём куба.

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 4

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме *зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.*

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

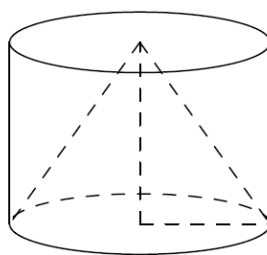
3.11. В окружность вписан четырёхугольник $ABCD$. Известно, что $\angle CBA = 110^\circ$ и $\angle ACD = 47^\circ$. Найдите $\angle CAD$. Ответ дайте в градусах.



3.12. Основания трапеции равны 0,5 и 12,5. В эту трапецию можно вписать окружность, а также вокруг неё можно описать окружность. Найдите площадь трапеции.

3. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 35π , а площадь основания равна 25π . Найдите высоту цилиндра.

4. Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $12\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.



5. Прямоугольный параллелепипед описан около сферы радиуса 2. Найдите его объём.

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой / экзамена** предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ, не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 5. «ПРОИЗВОДНАЯ»

Цель и задачи освоения Модуля 5.

Целью изучения модуля «Производная» является изучение терминов и теорем по началам математического анализа, а также освоение инструментов для решения задач на поиск экстремумов функции одной переменной.

Задачи Модуля 5:

1. Изучить основные теоремы начала математического анализа;
2. Освоить инструменты визуального анализа графиков функций, производных и первообразных;
3. Научиться искать экстремумы функции одной переменной и экстремальных значений функции одной переменной на отрезке.

Содержание Модуля 5 «Производная»

Тема 5.1. Геометрический смысл производной. Производная степенной функции и многочленов

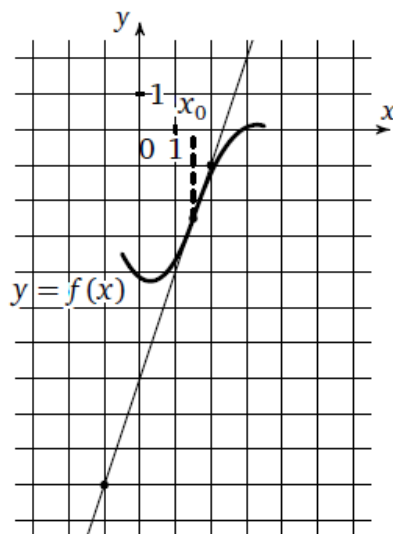
Перечень изучаемых элементов содержания:

Геометрический смысл производной как связь между касательной и производной функции в точке. Формула производной степенной функции.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

1. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



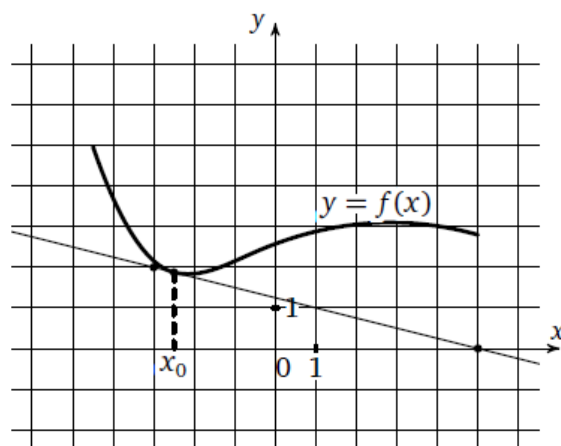
11.45. (№ 77420)

Найдите точку минимума функции

$$y = x^3 - 48x + 17.$$

Задания для самостоятельной работы:

2. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



11.48. (№ 77423)

Найдите точку максимума функции

$$y = x^3 - 3x^2 + 2$$

Тема 5.2. Физический смысл производной. Производная тригонометрических функций

Перечень изучаемых элементов содержания:

Физический смысл производной как связь между законами движения материальной точки и формулами зависимости скорости и ускорения этой материальной

точки. Формулы производной синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

20. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + 2t$$

(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). Найдите ее скорость в момент времени $t = 6$ с.

11.117. (№ 77492)

Найдите точку максимума функции

$$y = (2x - 3)\cos x - 2\sin x + 5$$

принадлежащую промежутку

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

Задания для самостоятельной работы:

21. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 - 5t + 3$$

(где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени ее скорость была равна 2 м/с?

11.118. (№ 77493)

Найдите точку минимума функции

$$y = (0,5 - x)\cos x + \sin x$$

принадлежащую промежутку

$$\left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

Тема 5.3. Касательная к графику функции в точке. Производная экспоненты и натурального логарифма

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула касательной к графику функции в точке. Формула производной экспоненциальной функции. Формула производной натурального логарифма.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

17. Прямая $y = 4x + 13$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 - 3x + 5$. Найдите абсциссу точки касания.

11.21. (№ 26711)

Найдите точку максимума функции

$$y = (9 - x)e^{x+9}.$$

11.32. (№ 26722)

Найдите точку максимума функции

$$y = \ln(x + 5) - 2x + 9.$$

Задания для самостоятельной работы:

18. Прямая $y = 2x + 37$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 3x^2 - 7x + 10$. Найдите абсциссу точки касания.

11.22. (№ 26712)

Найдите точку минимума функции

$$y = (3 - x)e^{3-x}.$$

11.43. (№ 26734)

Найдите точку минимума функции

$$y = 2x - \ln(x + 3) + 7.$$

Тема 5.4. Понятие первообразной. Производная сложной функции

Перечень изучаемых элементов содержания:

Определение первообразной. Формула производной сложной функции.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

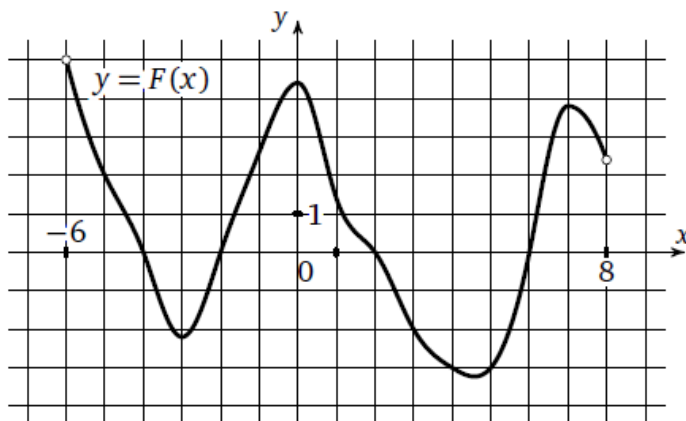
Задания для практической работы:

11.133. (№ 245179)

Найдите наименьшее значение

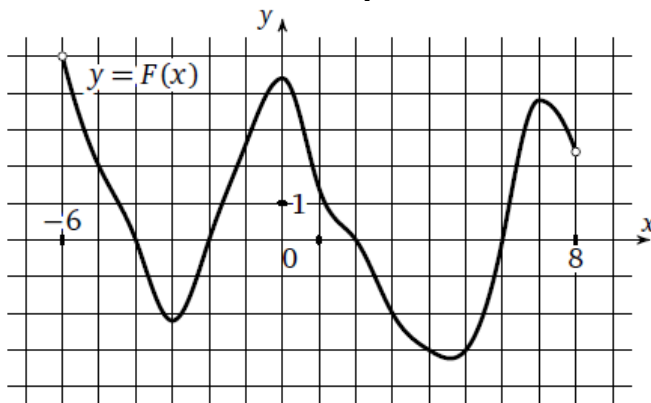
функции $y = \log_3(x^2 - 6x + 10) + 2$.

8. На рисунке изображен график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции f , определенной на интервале $(-6; 8)$. Определите количество целых чисел x_i , для которых $f(x_i)$ положительно.



К задачам 8, 9

Задания для самостоятельной работы:



К задачам 8, 9

9. На рисунке изображен график $y = F(x)$ одной из первообразных некоторой функции f , определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых $f(x) = 0$.

11.129. (№ 245175)

Найдите наименьшее значение

функции $y = \sqrt{x^2 - 6x + 13}$.

Тема 5.5. Производная произведения и частного двух функций

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула производной произведения и частного двух функций.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

11.103. (№ 77478)

Найдите наименьшее значение

функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^{x-10}$

на отрезке $[8; 11]$.

11.94. (№ 77469)

Найдите наименьшее значение

функции $y = \frac{x^2 + 25}{x}$ на отрезке

$[1; 10]$.

Задания для самостоятельной работы:

11.104. (№ 77479)

Найдите наибольшее значение

функции $y = (3x^2 - 36x + 36)e^x$ на

отрезке $[-1; 4]$.

11.95. (№ 77470)

Найдите наибольшее значение

функции $y = \frac{x^2 + 25}{x}$ на отрезке

$[-10; -1]$.

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 5

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

Д2.18. Прямая $y = 3x + 8$ является касательной к графику функции

$$y = x^3 + x^2 + 2x + 7.$$

Найдите абсциссу точки касания.

Д2.19. Прямая $y = 5 - x$ является касательной к графику функции $y = ax^2 + 5x + 3$. Найдите a .

Д2.20. Материальная точка движется прямолинейно по закону

$$x(t) = -t^4 + 6t^3 + 5t + 23$$

Д5.1. Найдите точку минимума функции

$$y = (x - 5)^2(x + 3) - 2.$$

Д5.2. Найдите наибольшее значение функции

$$y = 3x^5 - 5x^3 + 18$$

на отрезке $[-2; 0]$.

Д5.3. Найдите точку максимума функции

$$y = -\frac{x}{x^2 + 16}.$$

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой** /предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ, не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ 6. «ЭКОНОМИЧЕСКИЕ И ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ»

Цель и задачи освоения Модуля 6.

Целью изучения модуля «Экономические и исследовательские задачи» является освоение навыка построения и исследования математических моделей.

Задачи Модуля 6:

1. Научиться строить математические модели для решения задач повышенного и высокого уровня сложности;
2. Освоить построение примера как инструмент доказательства утверждений в исследовательских задачах;
3. Освоить построение доказательства «от противного» как инструмент опровержения утверждений в исследовательских задачах.

Содержание Модуля 6 «Экономические и исследовательские задачи»

Тема 6.1. Задачи на вклады. Исследовательские задачи с записью чисел

Перечень изучаемых элементов содержания:

Формула роста (и уменьшения) величины на заданное число процентов. Построение типовых математических моделей в исследовательских задачах с десятичной записью чисел.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.1.1.5 (Образовательный портал "РешуЕГЭ")

Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

№18.1.1.1 (ЕГЭ-2021)

Дано трёхзначное число A , сумма цифр которого равна S .

- а) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 28000$?
- б) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 2971$?
- в) Найдите наибольшее произведение $A \cdot S < 5997$.

Задания для самостоятельной работы:

№15.1.2.5 (Образовательный портал "РешуЕГЭ")

Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 25% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвёртого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x — целое число. Найдите наибольшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад меньше 20 млн рублей.

№18.1.2.1 (ЕГЭ-2021)

Дано трёхзначное число A , сумма цифр которого равна S .

- а) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1105$?
- б) Может ли выполняться равенство $A \cdot S = 1106$?
- в) Найдите наименьшее произведение $A \cdot S > 1503$.

Тема 6.2. Задачи на кредиты (короткий срок). Исследовательские задачи с сюжетом

Перечень изучаемых элементов содержания:

Построение математической модели в экономических задачах на кредиты с коротким сроком кредитования. Построение типовых математических моделей в сюжетных исследовательских задачах.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.2.1.3 (ЕГЭ-2015, демоверсия)

В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на сумму 9 930 000 рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

1) За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 3 пункта при получении трёх звёзд, на 6 пунктов при получении двух звёзд и на 9 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

- а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 32 пункта?
- б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?
- в) За пройденный уровень начисляется 9000 очков при получении трёх звёзд, 5000 — при получении двух звёзд и 2000 — при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 33 пункта и суммарно было получено 17 звёзд?

Задания для самостоятельной работы:

№15.2.2.3 (Образовательный портал "РешуЕГЭ")

В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на сумму 545 000 рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 40% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года)?

1) За прохождение каждого уровня игры на планшете можно получить от одной до трёх звёзд. При этом заряд аккумулятора планшета уменьшается на 9 пунктов при получении трёх звёзд, на 12 пунктов при получении двух звёзд и на 15 пунктов при получении одной звезды. Витя прошёл несколько уровней игры подряд.

- а) Мог ли заряд аккумулятора уменьшиться ровно на 50 пунктов?
- б) Сколько уровней игры было пройдено, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?
- в) За пройденный уровень начисляется 7000 очков при получении трёх звёзд, 6000 — при получении двух звёзд и 3000 — при получении одной звезды. Какое наибольшее количество очков мог получить Витя, если заряд аккумулятора уменьшился на 75 пунктов и суммарно было получено 11 звёзд?

Тема 6.3. Задачи на кредиты (таблица). Исследовательские задачи со средним арифметическим

Перечень изучаемых элементов содержания:

Построение математической модели в экономических задачах на кредиты с таблицами. Построение типовых математических моделей в исследовательских задачах со средним арифметическим.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.3.1.2 (ЕГЭ-2016, основная волна)

В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2020	Июль 2021	Июль 2022	Июль 2023	Июль 2024
Долг (в млн руб)	S	$0,8S$	$0,6S$	$0,3S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

- 1) На доске написано 10 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое шести наименьших из них равно 5, а среднее арифметическое шести наибольших равно 15.
 - а) Может ли наименьшее из этих чисел равняться 3?
 - б) Может ли среднее арифметическое всех чисел равняться 11?
 - в) Найдите наибольшее значение среднего арифметического всех чисел.

Задания для самостоятельной работы:

№15.3.2.2 (ЕГЭ-2016, основная волна)

В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн рублей, где S — целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 15% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Месяц и год	Июль 2016	Июль 2017	Июль 2018	Июль 2019	Июль 2020
Долг (в млн руб)	S	$0,8S$	$0,5S$	$0,1S$	0

Найдите наибольшее значение S , при котором общая сумма выплат будет меньше 50 млн рублей.

1) На доске написано 12 различных натуральных чисел. Среднее арифметическое семи наименьших из них равно 8, а среднее арифметическое семи наибольших равно 16.

- а) Может ли наибольшее из этих двенадцати чисел равняться 18?
- б) Может ли среднее арифметическое всех двенадцати чисел равняться 11?
- в) Найдите наименьшее значение среднего арифметического всех двенадцати чисел.

Тема 6.4. Задачи на кредиты (с равномерным уменьшением долга)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Построение математической модели в экономических задачах на кредиты с равномерным уменьшением долга. Использование формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии в экономических задачах.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.4.1.1 (ЕГЭ-2015, основная волна)

15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Задания для самостоятельной работы:

№15.4.2.1 (ЕГЭ-2015, основная волна)

15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r .

Тема 6.5. Задачи на кредиты (с частично равномерным уменьшением долга)

Перечень изучаемых элементов содержания:

Построение математической модели в экономических задачах на кредиты с частично равномерным уменьшением долга. Использование формулы суммы первых n членов арифметической прогрессии в экономических задачах.

Формат занятия – теоретические и практические занятия.

Задания для практической работы:

№15.5.1.1 (ЕГЭ-2018, основная волна)

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 300 тысяч рублей на 21 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 20-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 20-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 21-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Задания для самостоятельной работы:

№15.5.2.1 (ЕГЭ-2018, основная волна)

15-го декабря планируется взять кредит в банке на сумму 900 тысяч рублей на 31 месяц. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 30-го месяца долг составит 300 тысяч рублей;
- к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Найдите общую сумму выплат после полного погашения кредита.

Формы аттестации и оценочные материалы по итогам освоения Модуля 6

Промежуточный контроль знаний обучающихся проводится в форме *зачета с оценкой в виде выполнения практического задания.*

Примерные вопросы/задания для проведения промежуточной аттестации по модулю

1) 15-го января планируется взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 1 млн рублей. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где r — целое число;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн руб)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

2) 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 31 месяц. Условия возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 30-й долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- 15-го числа 30-го месяца долг составит 100 тысяч рублей;
- к 15-му числу 31-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма выплат после полного его погашения составит 555 тысяч рублей?

Перечни вопросов для тестирования вариативны и могут модифицироваться в зависимости от изменения и дополнения.

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков:

Результаты промежуточной аттестации определяются отметками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

При проведении промежуточной аттестации **в форме зачета с оценкой** /предлагается следующая шкала оценок:

Отметку «отлично» (зачтено) заслуживает обучающийся, чей ответ отличается полнотой в раскрытии содержания вопросов билета, свободным владением материала, оперированием категориями, понятиями, технологиями, даны четкие и правильные ответы на дополнительные вопросы.

На «хорошо» (зачтено) оценивается ответ не в достаточно свободной форме раскрывающий содержание вопросов билета, допущены погрешности при формулировке определений, небольшие неточности при ответах на дополнительные вопросы.

На «удовлетворительно» (зачтено) оценивается ответ, не полностью раскрывающий содержание вопросов билета или ответ дан на один вопрос билета, допущены неточности при ответах на дополнительные вопросы.

«Неудовлетворительно» (незачтено) оценивается ответ, не раскрывающий содержание вопросов билета и не раскрывающий дополнительные вопросы.